

Pierpaolo Luzzatto Fegiz

STATISTICA

DEMOGRAFICA ED ECONOMICA

SECONDA EDIZIONE AMPLIATA
ED AGGIORNATA

FACOLTÀ DI ECONOMIA E COMMERCIO
ANCONA
—
DAI LIBRI DI G. DEL VECCHIO

MILANO
EDIZIONI DI COMUNITÀ
1951

Proprietà letteraria riservata

Prima edizione 1940

Seconda edizione 1951

Printed in Italy
Archetipografia di Milano S. R. L.
Viale Umbria, 54

APPENDICE A ⁽¹⁾

Nel presente elenco sono indicate alcune opere che possono essere consultate con profitto dal lettore desideroso di approfondire la materia dei singoli capitoli. Naturalmente l'elenco non pretende di essere completo, ma è compilato in modo da poter essere facilmente ampliato dal lettore volenteroso. A questo scopo sono citate di preferenza opere recenti, ricche di riferimenti bibliografici, che permettono di rintracciare tutta la letteratura essenziale relativa a ciascun argomento.

Poichè di molti importanti lavori stranieri (soprattutto di quelli pubblicati in periodici) non esistono traduzioni italiane, qualche cognizione linguistica è indispensabile a chi non si accontenti di notizie di seconda mano, e voglia tenersi sempre al corrente del progresso scientifico. Tenuto conto della vastità e bontà della produzione americana e britannica, la lingua più utile allo studioso italiano di statistica applicata è l'inglese; utilissimi, naturalmente, il tedesco e il francese.

Nel presente elenco sono indicate solo eccezionalmente le pubblicazioni ufficiali e semi-ufficiali (come censimenti, annuari, bollettini di statistica, ecc.), mentre delle opere di carattere generale sono citate solo alcune fra le più importanti. Una parte delle opere citate nel testo è nuovamente elencata in questa appendice.

ABBREVIAZIONI

(Sono indicati con sigle solo i nomi dei periodici ed enti più frequentemente citati)

- A. I. S. U. B. = Annali dell'Istituto di Statistica dell'Università di Bari.
A. E. R. = American Economic Review.
A. S. = Annali di statistica (Istituto Centrale di Statistica, Roma).
Atti C. I. S. P. = Atti del Congresso Internazionale per gli studi sulla popolazione, 1931 (Comitato italiano per lo studio dei problemi della popolaz.).
B. d. E. = Biblioteca dell'Economista.

(1) L'aggiornamento della bibliografia è stato curato dal Prof. Giorgio Fuà, economista presso l'O.N.U., Ginevra.

- B. I. I. S. = Bulletin de l'Institut International de Statistique.
 B. I. S. E. U. T. = Bollettino dell'Istituto Statistico-Economico dell'Università di Trieste.
 G. d. E. = Giornale degli Economisti.
 I. C. S. = Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia.
 I. I. S. = Institut International de Statistique.
 I. L. O. = International Labour Office.
 J. A. S. A. = Journal of the American Statistical Association.
 J. N. Ö. S. = Jahrbücher für National-Oekonomie und Statistik.
 J. R. E. S. = Journal of the Royal Economic Society.
 J. R. S. S. = Journal of the Royal Statistical Society (Londra).
 J. S. H. de S. = Journal de la Société Hongroise de Statistique.
 J. S. S. P. = Journal de la Société de Statistique de Paris.
 N. B. E. R. = The National Bureau of Economic Research.
 N. C. E. = Nuova Collana di Economisti.
 R. B. = Rivista Bancaria.
 Revue de l'I. I. S. = Revue de l'Institut International de Statistique.
 R. I. S. E. F. = Rivista italiana di statistica, economia e finanza.
 R. I. S. S. = Rivista Internazionale di Scienze Sociali.
 R. S. = Riforma Sociale.
 S. I. P. S. = Società Italiana per il Progresso delle Scienze.
 S. S. N. P. S. E. = Supplemento statistico ai Nuovi Problemi di Politica, Storia e Economia.

TRATTATI, MANUALI, MONOGRAFIE ECC. DI CARATTERE GENERALE

- ALLEN R. G. D., *Statistics for economists*, Hutchinson's University Library, New York, 1949.
 American Economic Association, *A survey of contemporary economics* (edited by H. S. Ellis), Blakiston, Philadelphia-Toronto, 1948.
 ANDERSON O., *Einführung in die mathematische Statistik*, Julius Springer, Wien, 1935.
 BACHI R., *Statistica metodologica economica e demografica*, Principato, Messina-Milano, 1937.
 BATTARA P., *Sul concetto di concentrazione* (« Rivista Italiana di Demografia e Statistica », 1948).
 BENINI R., *Di alcuni punti oscuri della demografia* (« G. d. E. », 1896, II, p. 97-128, 197-327, 509-534).
 ID., *Principii di demografia*, Barbera, Firenze, 1901.
 ID., *Principii di statistica metodologica*, Utet, Torino, 1906.
 BERTRAND J., *Calcul des probabilités*, Paris, 1907.
 BOLDRINI M., *Biometria e antropometria* (« Trattato elementare di statistica », vol. III), Giuffrè, Milano, 1934.
 ID., *Statistica in compendio*, 4^a ediz., Cavalleri, Como, 1940.
 ID., *Statistica - Teoria e metodi*, Giuffrè, Milano, 1950 (con ampia bibliografia).
 BOREL E. ed altri, *Traité du calcul des probabilités et de ses applications*, 4 tomi, Paris, 1924-1939.

- BOREL E., *Le hasard*, Presses Universitaires, Paris, 1948.
- BOWLEY A. L., *The nature and purpose of the measurement of social phenomena*, King, London, 1915.
- ID., *Elements of Statistics*, 7^a ediz., King, London, 1920.
- BRAMBILLA F., *Analisi confluenziale*, CEA, Milano, 1948.
- CASTELNUOVO G., *Calcolo delle probabilità*, Zanichelli, Bologna, 1926-1928.
- CHARLIE C. V. L., *Vorlesungen über die Grundzüge der Mathematischen Statistik*, Gleerups, Lund, 1931.
- CLARK C., *The conditions of economic progress*, Macmillan, London, 1940.
- ID., *The economics of 1960*, Macmillan, London, 1942.
- COMITATO ITALIANO PER LO STUDIO DEI PROBLEMI DELLA POPOLAZIONE, *Atti del Congresso internazionale per gli studi sulla popolazione*, Roma, 1934.
- CRAMER H., *Mathematical Methods of Statistics*, Princeton University Press, Princeton, 1946.
- CROXTON F. E. e COWDEN D. J., *Practical Business Statistics*, Prentice-Hall Inc., New York, 1937.
- ID., *Applied general statistics*, Prentice-Hall, New York, 1939.
- CZUBER E., *Mathematische Bevölkerungstheorie*, Teubner, Leipzig-Berlin, 1923.
- ID., *Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Teubner, Leipzig-Berlin, 1924.
- CZUBER E. e BURKHARDT F., *Die statistischen Forschungsmethoden*, 3^a ediz., L. W. Seidel u. Sohn, Wien, 1938.
- DAINELLI G., *Atlante fisico-economico d'Italia*, Consociaz. Turistica Italiana, 1939.
- DARMOIS G., *Statistique mathématique*, G. Doin & C., Paris, 1928.
- DEL VECCHIO G., *Lezioni di economia applicata*, CEDAM, Padova, 1937.
- DEMARIA G., *Osservazioni sulla teoria statistica delle serie dinamiche* (« G. d. E. », 1935, p. 1005-1049).
- DE PIETRI TONELLI A., *Un sistema di logodiagrammi tipici*, CEDAM, Padova, 1949.
- ECONOMIC COMMISSION FOR EUROPE (U. N.), *Economic survey of Europe in 1949*, Geneva, 1950 (pubblicazione annuale).
- ELDERTON W. P., *Frequency curves and correlation*, Layton, London, 1927.
- EZEKIEL M., *Methods of correlation analysis*, Wiley, New York, 1947.
- FANNO M., *Principii di scienza economica*, otto volumi, CEDAM, Padova, varie edizioni.
- FISHER I., *The purchasing power of money*, Macmillan, New York, 1912.
- FISHER R. A., *The design of experiments*, Oliver & Poyd, London, 1949.
- ID., *Statistical methods for research workers*, Oliver & Boyd, London, 1946. (Traduzione italiana, UTET, Torino, 1948).
- GINI C., *Indici di concentrazione e di dipendenza* (« B. d. E. », UTET, Torino, 1922).
- ID., *Memorie di metodologia statistica*, vol. I, Giuffrè, Milano, 1939.
- HERSCH M. L., *Population et chômage*, in « Problèmes du chômage en 1931 » (« B. I. T. », Genève, 1931).
- HUBER M., *Statistique d'entreprises*, Hermann, Paris, 1948.
- ISTITUTO PER GLI STUDI DI ECONOMIA, *Annuario della congiuntura economica italiana 1948*, Milano, 1949 (pubblicazione annuale).
- JULIN A., *Principes de statistique pure et appliquée*, Paris-Bruxelles, 1921.
- KALDOR N. e SILVERMAN R., *A statistical analysis of advertising expenditure and the revenue of the press*, University Press, Cambridge, 1948.

- KENDALL M. G., *The advanced theory of statistics*, Griffin, London, 1946.
- ID., *Contribution to the study of oscillatory time-series*, University Press, Cambridge, 1946.
- KEYNES J. M., *A treatise on probability*, Macmillan, London, 1921.
- KNIBBS G. H., *The mathematical theory of population, of its character and fluctuations, and of the factors which influence them* (Appendix A, vol. I, « Census of the Commonwealth of Australia »), McCarron, Bird & Co., Melbourne, 1917. (Una traduzione tedesca, o meglio un adattamento di quest'opera fondamentale, diventata rara, è la *Mathematische Bevölkerungstheorie* di Czuber, citata).
- LENTI L., *Statistica economica*, Giuffrè, Milano, 1943.
- LEXIS W., *Abhandlungen zur Theorie der Bevölkerungs- und Moralstatistik*, Fischer, Jena, 1903.
- LINDQUIST E. F., *A first course in statistics*, G. G. Harrap & Co., London, 1938.
- LIVI L., *Elementi di statistica*, CEDAM, Padova, 1939.
- LLEWELLYN SMITH H. ed altri, *The new survey of London Life and Labour*, vol. I: *Forty years of change*, King, London, 1930.
- LORENZ P., *Der Trend, ein Beitrag zur Methode seiner Berechnung und seiner Auswertung für die Untersuchung von Wirtschaftskurven und sonstigen Zeitreihen* (« Institut für Konjunkturforschung »).
- LOTKA A. J., *A contribution to the theory of self-renewing aggregates, with special reference to industrial replacement* (« The Annals of Mathematical Statistics », vol. X, n. 1, marzo 1939).
- ID., *Applications de l'analyse au phénomène démographique* (« J. S. S. P. », novembre 1933).
- ID., *Contact points of population study with related branches of science* (« Proceedings of the American Philosophical Society », vol. LXXX, n. 4, 1939).
- ID., *Some recent results in population analysis* (« J. A. S. A. », vol. XXXIII, marzo 1938, p. 164-178).
- LUZZATTO FEGIZ P., *La popolazione di Trieste*, Istituto Statistico-Economico, R. Università, Trieste, 1929.
- MARCH L., *Les principes de la méthode statistique*, Alcan, Paris, 1930.
- MARCHAL A., *Economie politique et technique statistique*, Librairie générale de droit, Paris, 1948.
- MILLS F. C., *Statistical Methods (Revised)*, Henry Holt & Co., New York, 1938.
- MINISTERO PER LA COSTITUENTE, *Rapporto per la Commissione Economica presentato all'Assemblea Costituente*, 12 tomi, Poligrafico dello Stato, Roma, 1946-1947.
- MISES (von) R., *Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit*, Springer, Wien, 1928.
- MORTARA G., *Lezioni di statistica metodologica*, Città di Castello, 1922.
- ID., *Sommario di statistica*, Università Bocconi, Milano, 1931.
- NEYMAN J., *Lectures and Conferences on Mathematical Statistics*, Washington, 1938.
- NICEFORO A., *Il metodo statistico*, G. Principato, Messina.
- PANTALEONI M., *Di alcuni fenomeni di dinamica economica* (« G. d. E. », 1909, p. 211-254).
- ID., *Una visione cinematografica del progresso della scienza economica (1870-1907)* (« G. d. E. », 1907, p. 964-992).

- PANTALEONI M., *Studi di finanza e di statistica*, Zanichelli, Bologna, 1938.
- PEARSON K., *Tables for statisticians and biometricians*, Biometric Laboratory, University college, London.
- ID., *The grammar of science*, London, 1928.
- PEROZZO L., *Statistica grafica: Della rappresentazione grafica di una collettività di individui nella successione del tempo e in particolare dei diagrammi a tre coordinate* (« A. S. », serie II, vol. XII, p. 1).
- ID., *Stereogrammi demografici*. Continuazione dello studio pubblicato sotto il nome di « Statistica grafica » (« A. S. », serie II, vol. XII, p. 1).
- PIGOU A. C., *The economics of welfare*, Macmillan, London, 1929.
- ID., *L'economia del benessere* (trad. italiana) (« B. d. E. », vol. X, UTET, 1934).
- PITT-RIVERS C. H. L. F. e altri, *Problems of Population* (« Proceedings of the second general assembly of the international Union for the scientific investigation of population problems »), Allen & Unwin, London, 1932.
- RICCI U., *L'offerta del risparmio* (« G. d. E. », 1926, p. 73-101, 117-147).
- RISSE R. e TRAYNARD C. E., *Les principes de la théorie des probabilités*, t. I, fasc. IV: *Les principes de la Statistique Mathématique* (« Traité du calcul des probabilités et de ses applications », Villars & C., Paris, 1933).
- ROOS C. F., *Annual survey of statistical technique - The correlation and analysis of time series* (« Econometrica », 1936).
- SAVORGNAN F., *Corso di demografia*, Nistri-Lischi, Pisa, 1933.
- SIBIRANI F., *Lezioni di matematica generale e finanziaria*, vol. I, CEDAM, Padova, 1937.
- SNEDECOR G. W., *Statistical methods*, Ames, Iowa, 1938.
- ID., *Statistical methods*, Ames, Iowa, Collegiate Press, 1940.
- TATON R., *Le calcul mécanique*, Presses Universitaires, Paris, 1949.
- THIONET P., *Méthodes statistiques modernes des administrations fédérales aux Etats Unis*, Hermann, Paris, 1946.
- THOMSON J. Arthur, *Introduction to science*, Home University Library, Williams & Norgate, London.
- TSCHUPROW A., *Grundbegriffe und Grundprobleme der Korrelationstheorie*, Teubner, Leipzig-Berlin, 1925.
- UNIVERSITY OF CALIFORNIA, *Proceedings of the Berkeley symposium on mathematical statistics and probability*, University of California Press, Berkeley, 1949.
- VERCELLI F., *Metodi pratici per l'analisi delle curve oscillanti* (« Consiglio Nazionale delle Ricerche »), Roma, 1934.
- ID., *Schemi di calcolo per l'analisi dei diagrammi oscillanti* (« Consiglio Nazionale delle Ricerche »), Roma, 1937.
- VERGOTTINI (DE) M., *I fenomeni demografici come base di quelli economici* (« B. I. S. E. U. T. », n. 10-12, 1930, p. 171).
- VIANELLI S., *Lineamenti di metodologia statistica per l'analisi economica delle serie storiche*, UPEB, Bologna, 1946.
- VINCI F., *Introduzione al metodo statistico*, CEDAM, Padova, 1930.
- ID., *Manuale di statistica*, Zanichelli, Bologna, 1934.
- ID., *Problemi demografici*, Zanichelli, Bologna, 1940.
- WESTERGAARD H., *Contributions to the history of statistics*, King, London, 1932.
- WESTERGAARD H. e NYBOELLE H. C., *Grundzüge der Theorie der Statistik*, Jena, 1928.

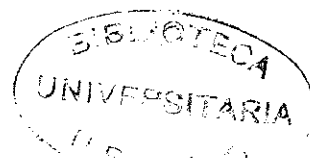
- WILKS S. S., *The theory of statistical inference*, Princeton University, 1937.
 WOLFE A. B., *The population problem since the world war - A survey of literature and research* (« Journal of Political Economy », 1928-1929).
 WRIGHT H., *Population*, Nisbet & Co., London, 1933.
 YATES F., *Sampling methods for censuses and surveys*, Griffin, London, 1949.
 YULE G. UDNY e KENDALL M. G., *An Introduction to the theory of statistics*, 11ª ediz., Griffin & C., London, 1937.
 ZUGARO F., *Per la diffusione del grafico statistico* (« G. d. E. », 1924, p. 486-495).

PARTE I

Cap. I. - DURATA DELLA VITA.

- BENEDUCE A., *Le variazioni di mortalità secondo gli anni di età* (« G. d. E. », 1907, p. 1069-1104).
 BERTILLON J., *Sur une nomenclature uniforme des causes de décès* (« B.I.I.S. », tome XII, 1900, p. 270).
 ID., *Sur une nomenclature uniforme des causes de décès* (« B. I. I. S. », tome IX, 2^{me} livr., p. 117).
 BODIO L., *Observations sur la statistique de la mortalité dans les Etats de l'Europe et dans une partie de l'Amerique* (« B. I. I. S. », tome IX, 2^{me} livr., p. 51).
 ID., *Osservazioni sopra le tavole di mortalità secondo i metodi di Halley, di De Baumhauer e di Lund* (« A. S. », serie I, vol. IX, p. 21 e 24).
 BÖHMERT W., *Die Todesfälle an Krebs nach dem Alter 1901-1930* (« B. I. I. S. », tome XXVI, 2^{me} livr., p. 23).
 BONFERRONI C. E., *Sistemi aggregativi di leggi di sopravvivenza*. Roma, 1936 (« Giorn. dell'Ist. Italiano degli Attuari », n. 4, ottobre 1936).
 BRADFORD A. e HILL D., *The Recent Trend in England and Wales of mortality from phthisis at young adult ages* (« J. R. S. S. », vol. XCIX, 1936, p. 247).
 BREGLIA A., *Reddito, natalità e mortalità* (« R. S. », vol. XLI, 1934, p. 265).
 COSTANZO A., *Costituzione e mortalità*, Milano, « Vita e Pensiero », 1936.
 DE BERARDINIS L., *La mortalità per le principali malattie infettive in Italia dal 1887 al 1925* (« Economica », vol. II, 1928, p. 421).
 DELAPORTE P., *Evolution de la mortalité française depuis un siècle* (« J. S. S. P. », n. 7, luglio 1938, p. 181).
 DEL CHIARO A., *Sulla mortalità infantile nel primo anno di vita* (« A. S. », serie VII, vol. I-II).
 DUBLIN L. I. e LOTKA A. J., *Length of Life*, The Ronald Press Company.
 ID., ID., *Twenty-five years of Health Progress*, Metropolitan Life Insurance Comp., New York, 1937.
 DUBLIN L. I., LOTKA A. J. e SPIEGELMAN M., *The construction of Life Tables by Correlation*, « Metron », vol. XII, n. 2, p. 121.
 ELDERTON W. PALIN e FIPPARD R. C., *The construction of mortality and sickness tables*, Black, London, 1947.
 FERRARI G., *Mortalità per cause nella popolazione italiana* (« S. S. N. P. S. E. », anno V, serie II, Ferrara, 1939).
 FISHER A., *Frequency curves*, Macmillan, New York, 1922.
 FORTUNATI P., *Natalità, mortalità e nuzialità dei comuni del Regno in ordine d'intensità di popolazione* (« S. S. N. P. S. E. », anno III, n. 3).

- GALVANI L., *Calcolo delle probabilità di morte in generale e applicazione alla misura della mortalità infantile nella popolazione italiana dal 1873 in poi* (« A. S. », serie VI, vol. XVII, p. 1).
- ID., *Tavole di mortalità della popolazione italiana (1930-32)* (« A. S. », serie VII, vol. I-II).
- GINI C. e GALVANI L., *Tavole di mortalità della popolazione italiana* (« A. S. », serie VI, vol. VIII).
- ID., ID., *Uniformità nelle tavole di mortalità* (« B. I. I. S. », tome XXV, 3^{me} livr., p. 99).
- GIUSTI U., *Aspetti territoriali del movimento demografico italiano negli anni dal 1930 al 1936* (« G. d. E. », 1937, p. 229-252).
- GLOVER J. W., *United States Life Tables 1890, 1901, 1910 and 1901-1910*, Washington, Government Printing Office, 1921.
- GREENWOOD M., *English Death Rates, past, present and future* (« J. R. S. S. », vol. XCIX, 1936, p. 674).
- GUMBEL E. J., *La durée extrême de la vie humaine*, Paris, Hermann & C., 1937.
- ID., *Die Gaussche Verteilung der Gestorbenen* (« J. N. Ö. S. », vol. CXXXVIII, serie III, 83 voll., 1933, p. 365).
- HERSCH L., *L'inégalité devant la mort d'après les statistiques de la ville de Paris* (« Revue d'économie politique », 1920).
- ID., *Pauvreté et mortalité selon les principales causes de décès* (« Atti C. I. S. P. »).
- HUBER M., *Le calcul des taux de mortalité aux âges élevés* (XXIII^e session de l' I. I. S.), La Haye, 1936.
- ID., *Rapport sur les travaux préparatoires à la V^{me} révision décennale de la nomenclature internationale des causes des décès* (XXIV^e Session de l' I. I. S.), La Haye, 1938.
- ID., *Rapport sur l'uniformité dans le calcul des tables de mortalité* (« B. I. I. S. », tome XXVI, 2^{me} livr., p. 3).
- ID., *L'uniformité dans le calcul des tables de mortalité* (« B. I. I. S. », tome XXV, 3^{me} livr., p. 106).
- ID., *La cinquième révision décennale des nomenclatures internationales des causes de décès* (« I. S. S. P. », n. 5, maggio 1939, p. 108).
- LEXIS W., *Rapport sur la statistique de la tuberculose* (« B. I. I. S. », tome XIX, 3^{me} livr., p. 297).
- LIVI L., *Sulla maggiore altezza del rischio di morte che si verifica fin verso il 35^o anno di età nei vedovi e le vedove* (« A. S. », serie VII, vol. I-II).
- ID., *Considerazioni sulla mortalità per tubercolosi* (« Economia », vol. X, 1932, p. 3).
- METHORST H. W., *Mortalité du cancer aux Pays-Bas* (« B. I. I. S. », tome XIX, 3^{me} livr., p. 310).
- MORTARA G., *La salute pubblica in Italia durante e dopo la guerra*, in « Storia economica e sociale della guerra mondiale », Laterza, Bari, 1925.
- ID., *Le variazioni della mortalità da generazione a generazione in Svezia* (« A. S. », serie V, vol. IV, p. 63).
- ID., *Tavola di mortalità secondo le cause di morte, per la popolazione italiana (1901-1910)* (« A. S. », serie V, vol. VII).
- NICEFORO A., *Primi risultati di una inchiesta sui morti per tumori maligni in Italia*. Appendice alla pubblicazione « Le Assicurazioni Sociali », anno III, n. 1.



- Nomenclatura nosologica internazionale da usarsi per la statistica delle cause di morte* (« A. S. », serie VI, vol. XXIX, p. 203).
- OLLIVIER A., *On the analysis of variation in general death rates* (« Metron », vol. XIII, n. 2, p. 155).
- PEROZZO L., *Distribuzione dei morti per età* (« A. S. », serie I, vol. V, p. 75; e serie II, vol. II, p. 75).
- ID., *Mortalità dei pensionati in Francia e in Italia, comparata colla mortalità generale nei due Stati* (« A. S. », serie II, vol. V, p. 145).
- PTOUKHA M., *Méthodes pour calculer les taux de mortalité infantile selon les mois de l'année* (« R. I. I. S. », 2^{me} année, 1934, p. 178).
- RAMERI L., *Legge statistica della influenza del sesso sulla durata della vita umana in Italia, ossia tavole di vitalità calcolate distintamente per maschi e per femmine della popolazione italiana* (« A. S. », serie II, vol. X).
- RASERI E., *Atlante di demografia e geografia medica d'Italia*, Roma, 1906.
- ID., *La mortalità nei vari stadi della vita* (« B. I. I. S. », tome XI, 2^{me} livr., p. 267).
- ROMANELLI I., *L'età biologica* (« L'Assistenza Sanitaria », anno VII, n. 4, 1938, Roma, 1938).
- SAVORGNAN F., *La mortalità dei neonati provenienti da parti plurimi* (« S. S. N. P. S. E. », anno IV, serie II, n. 1).
- SORMANI G., *Mortalità dell'Esercito italiano, paragonata a quella di alcuni altri Stati* (« A. S. », serie II, vol. II, p. 235).
- ID., *Mortalità nell'Esercito italiano e confronti con la mortalità negli altri principali Eserciti europei*. Studi di statistica sanitaria e di geografia medica, con 6 tavole grafiche (« A. S. », serie I, vol. X, p. 3).
- STOCKS PERCY, *The Effects of Occupation and of its accompanying Environment on Mortality* (« J. R. S. S. », 1938, p. 669-696).
- VACHER L., *De la diminution de la mortalité et de l'accroissement de la vie moyenne depuis la fin du siècle dernier* (« B. I. I. S. », tome II, 1^{er} livr., p. 249).
- VERRIJN-STUART C. A., *Natalité, mort-natalité et mortalité enfantine selon le degré d'aisance dans quelques villes et un nombre de communes rurales dans les Pays Bas* (« B. I. I. S. », tome XIII, 2^{me} livr., p. 357).
- VIANELLI S., *Evoluzione economica e demografica negli schemi delle curve logistiche* (« Riv. ital. Scienze econ. », anno VII, 1935, p. 383).
- VINCI F., *Problemi demografici*, Zanichelli, 1939.
- WOLFF G., *Lebenserwartung und Sterblichkeit im Deutschen Reich vor und nach dem Kriege* (« J. N. Ö. S. », vol. CXLV, 1937, p. 87).
- YULE G. U., *On some points relating to vital Statistics, more especially Statistics of occupational Mortality* (« J. R. S. S. », vol. XCVII, 1934, p. 1-72).

Cap. II. — LE NASCITE (Vedi anche Cap. V).

- Atti della III Riunione della Società italiana di demografia e statistica*, Cya, Firenze, 1939.
- BAFFI P., *La fecondità legittima nelle Tre Venezie e nell'Emilia* (« G. d. E. », 1935, p. 1065-1079).
- BATTARA P., *Influenza delle condizioni economiche sull'andamento della natalità* (« Economia », vol. VIII, 1931, p. 425).

- BENEDUCE A., *Della natalità e della fecondità* (« G. d. E. », 1907, p. 673-721, 776-809, 866-891; 1908-I, p. 149-190).
- BODIO L., *Sul movimento dello stato civile del 1875 confrontato con fatti analoghi degli anni anteriori a cominciare dall'anno 1863 e con quelli dell'ultimo decennio verificatisi in parecchi altri Stati d'Europa* (« A. S. », serie I, vol. IX, p. 6).
- ID., *Sulle nascite distinte secondo lo stato civile* (« A. S. », serie I, vol. IX, p. 16).
- BOLDRINI M., *La proporzione dei sessi nei concepimenti* (« R. I. S. S. », 1936, anno XLIV, serie III, vol. VII, p. 437).
- ID., *La fertilità dei biotipi*, Pubbl. Univ. Cattolica del Sacro Cuore, vol. IV, Milano, 1931.
- BREGLIA A., *Reddito, natalità e mortalità* (« R. S. », vol. XLI, 1934, p. 265).
- BUNLE H., *Répartition des enfants légitimes nés vivants en France et en Italie d'après l'année de mariage de leurs parents* (« R. I. I. S. », 1^{re} année, 2^{me} livr., 1933, p. 58).
- COSTANZO A., *Intorno alla questione della mascolinità dei nati* (« R. I. S. S. », 1935, anno XLVIII, serie III, vol. VI, p. 171).
- DE CASTRO D., *Qualche considerazione sui concepimenti antenuziali* (« B. I. S. E. U. T. », 1930, p. 135).
- D'ELIA E., *Analisi comparativa della prolificità dei matrimoni con prole* (« Economia », vol. XXII, n. 5).
- ID., *Alcuni caratteri della nati-mortalità in relazione alla durata matrimoniale e all'ordine di nascita* (« G. d. E. », 1940).
- DEL VECCHIO G. S., *Sulle ricerche statistiche intorno ai matrimoni fra consanguinei e ai loro effetti* (« A. S. », serie II, vol. II, p. 12).
- Denuncie (Le) ritardate di nascita per i nati alla fine dell'anno, nei compartimenti ed in alcune Provincie più caratteristiche dell'Italia* (« A. S. », serie VI, vol. XXV).
- DEPOID P., *Tables de nuptialité et de fécondité pour la France (1930-1932)*, Paris, Alcan, 1937.
- EDIN K. A. e HUTCHINSON E. P., *Studies of differential fertility in Sweden*, King, London, 1935.
- FABRIS R., *Saggio sulla fecondità dei matrimoni e sulle proporzioni dei due sessi tra i nati* (« A. S. », serie II, vol. I, p. 96).
- FORTUNATI P., *Natalità, mortalità e nuzialità dei comuni del Regno in ordine d'intensità di popolazione* (« S. S. N. P. S. E. », anno III, n. 3).
- GINI C., *Il diverso accrescimento delle classi sociali e la concentrazione della ricchezza* (« G. d. E. », 1909-I, p. 27-83).
- ID., *Intorno alla portata e agli effetti delle false denuncie di nascita per i nati denunciati al principio dell'anno* (« B. I. I. S. », tome XXIV, 2^{me} livr., p. 3; e tome XXV, 3^{me} livr., p. 3).
- ID., *Sulle relazioni fra le oscillazioni mensili del numero dei matrimoni e quelle del numero delle nascite, ecc.* (« Atti C. I. S. P. », Roma, 1934).
- GINI C. e D'ADDARIO R., *Intorno alla portata delle date di nascita differite per i nati alla fine dell'anno* (« A. S. », serie VI, vol. XVIII).
- HIMES N. E., *Medical history of contraception*, Williams, Baltimore, 1936.
- INTERNATIONAL UNION FOR THE SCIENTIFIC INVESTIGATION OF POPULATION PROBLEMS, *A bibliography on differential fertility in English, French and German populations*, Moore, Edinburg.

- KARPINOS B. D. e KISER C. V., *The differential fertility and potential growth of various income and educational classes of urban population in the United States* (« The Milbank Memorial Fund Quarterly », 1939).
- KIAËR A. N., *Rapport sur la statistique de la fécondité des mariages* (« B. I. I. S. », tome XIX, 3^{me} livr., p. 398).
- ID., *Statistische Beiträge zur Beleuchtung der ehelichen Fruchtbarkeit*, Cristiania, Dybwad, 1903-1905.
- KISER V., *Trends in annual birth rates among married women in selected areas according to nativity, age and social class* (« The Milbank Memorial Fund Quarterly », vol. XV, n. 1, New York, gennaio 1937).
- ID., *Group differences in urban fertility*, Williams, Baltimore, 1942.
- KÖRÖSY J., *Weitere Beiträge zur Statistik der ehelichen Fruchtbarkeit* (« B. I. I. S. », tome XIII, 3^{me} livr., p. 1; e tome XIII, 4^{me} livr., p. 8).
- ID., *Über die Statistik der Ergiebigkeit der Ehen* (« B. I. I. S. », tome XIX, 3^{me} livr., p. 404).
- LENTI L., *La fecondità legittima secondo l'età delle madri nelle varie parti d'Italia* (« G. d. E. », 1935, p. 220-223).
- ID., *La fecondità legittima della donna italiana secondo l'età e l'ordine di generazione* (« G. d. E. », 1935, p. 809-946).
- ID., *Altri dati sulla fecondità legittima in Italia* (« G. d. E. », 1936, p. 230-248).
- ID., *La fecondità legittima milanese secondo l'età di entrambi i genitori* (« G. d. E. », 1937, p. 165-172).
- LEXIS W., *Über die Messung der Fruchtbarkeit und ihr Verhältnis zur Sterblichkeit* (« B. I. I. S. », tome XIV, 4^{me} livr., p. 1).
- LIVI L., *Considerazioni sul futuro andamento della natalità italiana* (« Economia », vol. I, 1928, p. 21).
- ID., *La fluttuazione settimanale delle nascite* (« Economia », vol. XXI, 1938, p. 371).
- ID., *Sulle false dichiarazioni della data di nascita per i nati alla fine dell'anno, e rettifica della distribuzione mensile delle nascite nel triennio 1923-1925* (« A. S. », serie VI, vol. III, p. 41).
- ID., *Indagini sulle recenti tendenze della natalità nell'Italia settentrionale* (« Economia », vol. XXII, 1938, p. 359).
- LOTKA A. J., *Modern trends in the birth rate* (« The Annals of the American Academy of Political and Social Science », novembre 1936).
- ID., *The spread of generations* (« Human Biology », vol. I, p. 305-320).
- LUZZATTO FEGIZ P., *Le variazioni stagionali della natalità* (« Metron », vol. V, n. 4, p. 53).
- ID., *Analisi delle variazioni periodiche della natalità* (« Atti C. I. S. P. », vol. VII, Roma, 1934, p. 525).
- METHORST H. W., *La prédominance des naissances masculines* (« Metron », vol. III, n. 1).
- ID., *I concepimenti antenuziali* (« G. d. E. », 1911-II, p. 105-205).
- MORTARA G., *Nuovi studi sulla fecondità legittima in Italia: 1. Tavola di fecondità legittima secondo la data del matrimonio per l'Italia (1931)* (« G. d. E. », 1935, p. 847-858).
- ID., *Sui metodi per lo studio della fecondità dei matrimoni* (« G. d. E. », 1933, p. 890-897).
- ID., *Nuovi dati sulla natalità in Italia, I-V* (« G. d. E. », 1933, 1934, 1935).

Appendice A

- MORTARA G., *Tavola di fecondità dei matrimoni per l'Italia* (1930) (« G. d. E. », 1934, p. 170-186).
- ID., *La capacità di riproduzione della popolazione italiana* (« G. d. E. », 1935, p. 338-440).
- NOTESTEIN F. W., *Controlled fertility*, Williams, Baltimore, 1940.
- SAVORGNAN F., *L'aumento di mascolinità delle nascite durante la guerra e la frequenza degli aborti* (« Economia », vol. XVII, 1936, p. 141).
- ID., *L'aumento delle nascite maschili durante la guerra* (« Metron », vol. I, n. 4, p. 137).
- ID., *La mortalità dei neonati provenienti da parti plurimi* (« S. S. N. P. S. E. », anno IV, serie II, n. 1).
- ID., *La statistica delle nascite secondo l'ordine di generazione* (« Revue de l'I. I. S. », I^{re} année, I^{er} livr., 1933).
- ID., *La fecondità delle aristocrazie. Le case sovrane, ducali, principesche, ecc.* (« Metron », vol. III, n. 3-4; vol. IV, n. 3-4; vol. V, n. 1; vol. IX, n. 1).
- ID., *La natimortalità negli anni di guerra* (« Metron », vol. I, n. 2, p. 48).
- STOUFFER S. A., *Trends in the fertility of Catholics and Non-Catholics*, (« American Journal of Sociology », 1935).
- SYDENSTRIKER E. e NOTESTEIN F. W., *Differential fertility according to social class* (« J. A. S. A. », 1930).
- TAGLIACARNE G., *La frequenza degli aborti secondo i rilievi della cassa di maternità* (« Economia », vol. XVII, 1936, p. 477).
- ID., *La fecondità legittima nell'Italia centrale secondo l'età della madre e l'ordine di generazione* (« G. d. E. », 1936, p. 440-460).
- ID., *La diminuzione delle nascite nell'intervallo tra gli ultimi due censimenti (1931-36)* (« Economia », vol. XXII, 1938, p. 368).
- THOMPSON W. S. e altri, *Average number of children per woman in Butler County*, U. S. Bureau of the Census, Washington, 1941.
- VERGOTTINI (DE) M., *Sulla fecondità della donna italiana* (« A. S. », serie VII, vol. I-II).
- ID., *Produttività e prolificità lorda e netta della donna italiana (1931)* (« Economia », vol. XVII, 1936, p. 144).
- ID., *Tavola di fecondità della donna italiana secondo l'età e il numero dei figli avuti* (« G. d. E. », 1937, p. 89-107).
- ID., *Considerazioni sulla relazione tra matrimoni e nascite* (« Economia », vol. XXI, 1937, p. 121).
- ID., *Prolificità e produttività matrimoniale in Italia (1935-37)* (« Notiziario demografico, I. C. S. », 1939, n. 4).
- WHELPTON P. K. e KISER C. V., *Social and psychological factors affecting fertility* (« The Milbank Memorial Fund Quarterly », 1943).

Cap. III. -- LE MIGRAZIONI.

- AVANCINI M., *Entità e svolgimento del traffico turistico in Italia*, Ente Nazionale per le Industrie Turistiche, Roma, Tipografia del Senato.
- BACHI R., *La mobilità della popolazione all'interno delle città europee*, Roma, Federazione Nazionale Fascista della Proprietà Edilizia.
- BENEDUCE A., *Capitali personali e valore economico degli emigranti* (« G. d. E. », 1905-II, p. 33-44).

- BENEDUCE A., *Capitali sottratti all'Italia dall'emigrazione per l'estero* (« G. d. E. », 1914-II, p. 506-518).
- ID., *Sul movimento dei rimpatriati dalle Americhe* (« G. d. E. », 1910-II, p. 225-258).
- BODIO L., *Sull'emigrazione avvenuta dall'Italia nel triennio 1876-1878*. Relazione alla Giunta centrale di Statistica (« A. S. », serie II, vol. XV, p. 103 e 275).
- ID., *Rapport sur la statistique des migrations* (« B. I. I. S. », tome XIII, 1^{er} livr., p. 85).
- BONIFACIO G., *Il raggio medio d'attrazione dei centri urbani* (« S. S. N. P. S. E. », anno IV, serie II, n. 1).
- CITROEN H. A., *Les migrations internationales. Un problème économique et social*, Médicis, Paris, 1948.
- COLETTI F., *Esame critico delle fonti statistiche dell'emigrazione italiana* (« G. d. E. », 1912-II, p. 339-357).
- COMMISSARIATO GENERALE DELL'EMIGRAZIONE, *Annuario statistico della emigrazione italiana dal 1876 al 1925*, Roma, 1926.
- COMMISSARIATO PER LE MIGRAZIONI E LA COLONIZZAZIONE, *Le migrazioni nel Regno e nell'Africa Italiana* (1935, 1936, 1937) (vol. I e II), Tip. Failli, Roma, 1936 e 1937.
- CONTENTO A., *Il fenomeno dell'urbanesimo secondo i risultati dell'ultimo censimento italiano* (« G. d. E. », 1902-II, p. 207-222).
- GONNARD R., *Essais sur l'histoire de l'immigration*, Paris, 1928.
- INSTITUT NATIONAL D'ETUDES DEMOGRAPHIQUES, *L'éloignement entre domicile et lieu de travail dans la région parisienne*, nel volume *Cinq enquêtes sociales*, Presses Universitaires, Paris, 1950.
- ISAAC J., *Economics of migration*, Manheim, London, 1947.
- JEROME H., *Migration and business cycles* (« N. B. E. R. », New York, 1926).
- KULISCHER E. M., *The displacement of population in Europe*, I. L. O., Montreal, 1943.
- LINDERS F. J., *Über einige demographische und antropologische Unterschiede zwischen der eingeborenen und der eingewanderten Bevölkerung in Stockholm* (« Atti C. I. S. P. », vol. VI, Roma, 1934, p. 469).
- LIVI L., *Computo della distribuzione degli emigrati e dei rimpatriati secondo l'età (sessennio 1920-1925)* (« A. S. », serie VI, vol. III, p. 1).
- ID., *Valutazione del « deficit » demografico derivante dalla emigrazione e computo della popolazione successivamente all'ultimo censimento* (« A. S. », serie VI, vol. III, p. 110).
- MARCHETTI L., *Il metodo nella statistica delle migrazioni periodiche interne* (« G. d. E. », 1905-I, p. 328-344).
- MAYR (von) G., *Die Statistik der äusseren Wanderungen* (« B. I. I. S. », tome XIV, 2^{me} livr., p. 66).
- MICHELS R., *Su alcune cause ed aspetti della mobilità delle popolazioni nell'interno delle metropoli moderne* (« Rivista di Politica Economica », 1935, fascicolo II, p. 157).
- MOLINARI A., *Statistique du tourisme international* (XXIV^e session de l'I. I. S.), Praga, 1938.
- MORTARA G., *Le popolazioni delle grandi città italiane al principio del sec. XX* (« B. d. E. », serie V, vol. XIX).

- RASERI E., *L'aumento di popolazione delle grandi agglomerazioni urbane in Italia durante il secolo XIX* (« G. d. E. », 1906-II, p. 532-549).
- SIMPSON G. H., *The refugee problem. Reports of a survey*, Oxford University Press, London, 1939.
- SOCIETÀ ITALIANA PER L'ORGANIZZAZIONE INTERNAZIONALE, *Problemi internazionali dell'emigrazione*, Edizioni Italiane, Roma, 1947.
- SPENGLER J. J., *The fecundity of native and foreign born women in New England*, The Brookings Institution, Washington.
- SZTUM DE SZTREM E., *La statistique des migrations intérieures* (XXIII^e session de l'« I. I. S. »), Athènes, 1936.
- TAGLIACARNE G., *Sul calcolo della permanenza media dei turisti stranieri in Italia* (« G. d. E. », 1935, p. 750-770).
- VERGOTTINI (DE) M., *Sviluppo demografico e migrazioni interne in Italia* (« B. I. S. E. U. T. », n. 11-12, 1928, p. 267).
- ID., *Sull'attrazione delle grandi città italiane* (« B. I. S. E. U. T. », n. 5-6, 1929, p. 131).
- ZAHN F., *Internationale Wanderungsstatistik* (« B. I. I. S. », tome XXVI, 2^{me} livr., p. 19).

Cap. IV. - STRUTTURA E ACCRESCIMENTO DELLA POPOLAZIONE.

- AEREBOE F., *Das Ernährungsproblem der Völker und die Produktionssteigerung der Landwirtschaft* (« Weltwirtschaftliches Archiv », vol. XXI).
- ALLARIA G. B., *Il problema demografico italiano osservato da un pediatra*, 2^a ediz., Tip. V. Bona, 1935.
- AMOROSO L., *L'equazione differenziale del movimento della popolazione* (« Rivista italiana di statistica », aprile 1929).
- ID., *Sulla dottrina della popolazione*, Trani, Napoli, 1931.
- BENINI R., *Da Malthus a Ricardo, a V. Pareto: tracce di una via maestra* (« G. d. E. », 1924, p. 90-102).
- BODIO L., *Della classificazione della popolazione per età secondo i risultati dell'ultimo censimento*. Comunicazioni alla Giunta centrale di Statistica (« A. S. », serie I, vol. VI, p. 14).
- ID., *Studi sulla distribuzione della popolazione per età secondo il censimento 31 dicembre 1871*. Relazione alla Giunta centrale di Statistica (« A. S. », serie II, vol. XV, p. 12).
- ID., *Sui diagrammi a tre dimensioni o stereogrammi eseguiti da Luigi Perozzo* (« A. S. », serie II, vol. XV, p. 56).
- ID., *Studi sulla composizione della popolazione per età in Italia e in altri Stati secondo gli ultimi censimenti pubblicati* (« A. S. », serie III, vol. 16).
- BOLDRINI M., *Popolazione (in Italia nel 1937)* (« R. I. S. S. », 1938, anno XLVI, serie III, vol. IV, p. 261).
- ID., *Il principio di popolazione di G. P. Süssmilch* (« Annuario della Università Cattolica del Sacro Cuore », Milano, « Vita e Pensiero », 1932).
- BURGDÖRFER F., *Volk ohne Jugend*, K. Vohinchel, Berlin-Grünwald, 1932.
- ID., *Vorausberechnungen über die deutsche Bevölkerungsentwicklung bis zum Ende des 20. Jahrhunderts* (« Atti C. I. S. P. », vol. VII, Roma, 1934, p. 21).
- ID., *Aufbau und Bewegung der Bevölkerung*, Barth, Leipzig, 1935.

- CARR-SAUNDERS A. M., *World Population. Past Growth and Present Trends*, The Clarendon Press, Oxford, 1936.
- Current trend of population in Great Britain*, Cmd. 6358, H. M. Stationary Office, London, 1942.
- D'ADDARIO R., *L'agglomeramento della popolazione nei Compartimenti italiani* (« A. S. », serie VI, vol. XVI, p. 59).
- DE FINETTI B., *Problemi di « optimum » e problemi di « optimum vincolato »* (« Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », anno VIII, n. 1-2, gennaio-aprile 1937).
- DELEVSKY J., *Une formulation mathématique de la loi de la population*, « Metron », vol. VII, n. 4, p. 75.
- DE MEO G., *Distribuzione della ricchezza e composizione demografica in alcune città dell'Italia Meridionale alla metà del secolo XVIII* (« A. S. », serie VI, vol. IX).
- DEPOID M., *Influence de la nuptialité sur les taux de reproduction et d'accroissement de la population française* (« J. S. S. P. », n. 10, ottobre 1937, p. 342).
- DUBLIN L. I. e LOTKA A. J., *On the true rate of natural increase* (« J. A. S. A. », sett. 1925).
- FAHLBECK P., *La décadence et la chute des peuples* (« B. I. I. S. », tome XIX, 3^{me} livr., p. 367).
- FORTUNATI P., *I contributi degli Italiani al progresso della teoria della popolazione e della demografia*, in « Un secolo di progresso scientifico italiano: 1839-1939 » (« S. I. P. S. »).
- FRANCIOSA L., *Come si distribuisce la popolazione del Regno nelle diverse regioni e zone agrarie* (« Economia », vol. I, 1928).
- FUÀ G., *Population et bien-être. La conception économique de l'optimum du peuplement*, La Concorde, Lausanne, 1940 (contiene ampia bibliografia).
- GALVANI L., *Sulla determinazione del centro di gravità e del centro mediano di una popolazione, con applicazioni alla popolazione italiana censita il 1^o dicembre 1921*, vol. XI, n. 1, p. 17.
- GIACCARDI F., *Sulla rappresentazione teorica del movimento della popolazione* (« R. I. S. S. », fasc. marzo 1939, Milano).
- GINI C., *I problemi della distribuzione internazionale della popolazione e delle materie prime* (« Rivista di Politica Economica », fasc. IV, 1936, p. 229).
- ID., *I fattori demografici dell'evoluzione delle nazioni*, Torino, Bocca, 1912.
- GINI C. e DE FINETTI B., *Calcolo sullo sviluppo futuro della popolazione italiana* (« A. S. », serie VI, vol. X).
- GINI C. e SOMOGYI S., *Tavole sull'ammontare e sul movimento della popolazione attraverso il tempo* (« Atti C. I. S. P. ». Comitato italiano per lo studio dei problemi della popolazione, vol. VII, Roma, 1934, p. 25).
- GINI C., BOLDRINI M., GALVANI L., VENERE A., *Sui centri della popolazione e sulle loro applicazioni* (« Metron », vol. XI, n. 2, p. 3).
- GIUSTI U., *Lo sviluppo demografico dei maggiori centri urbani italiani dalla fondazione del Regno a oggi* (« G. d. E. », 1936, p. 153-174).
- ID., *Aspetti territoriali del movimento demografico italiano negli anni dal 1930 al 1936* (« G. d. E. », 1937, p. 229-252).
- KIRK D., *Europe's population in the interwar years*, League of Nations, Princeton, 1946.

- KNIBBS G. H., *The theory of large population-aggregates* (« Metron », vol. I, n. 1, p. 113).
- ID., *The growth of human populations and the laws of their increase* (« Metron », vol. V, n. 3, p. 147).
- ID., *The shadow of the world's future*, Benn, London, 1928.
- LA LOGGIA E., *Teoria della popolazione* (« G. d. E. », 1893-II, p. 391-416, 488-520).
- LANDRY A., *La révolution démographique* (« Recueil Sirey », Paris, 1934).
- LEVASSEUR E., *Essai de tableau synoptique de l'état et du mouvement d'une population presque stationnaire* (« B. I. I. S. », tome VI, 1^{er} livr., p. 65).
- LINDERS F. J., *Über die Berechnung des Schwerpunkts und der Trägheitsellipse einer Bevölkerung*, vol. XI, n. 1, p. 3.
- LIVI L., *Sull'iperfrazionamento demografico come causa di estinzione di talune popolazioni* (« Economia », vol. XVII, 1936, p. 3).
- ID., *Sui concetti di « minimum » di popolazione e di « optimum » strutturale* (« Economia », vol. XXII, 1938, p. 78).
- ID., *I fattori biologici dell'ordinamento sociale*, Cedam, Padova, 1937.
- LLEWELLYN SMITH H. e altri, *Survey of social conditions. The eastern area* (« The New Survey of London Life a. Labour », vol. III, King, London, 1932).
- LORIMER F. e OSBORN F., *Dynamics of population*, New York, Macmillan, 1934.
- LORIMER F., *The population of the Soviet Union. History and prospects*, Allen, London, 1947.
- LOTKA A. J., *The relation between birth rate and death rate in a normal population, etc.* (« Quarterly Publications of the A. S. A. », settembre 1918).
- ID., *The structure of a growing population* (« Human Biology », Baltimore, vol. III, n. 4, dicembre 1931).
- ID., *The geographic distribution of intrinsic natural increase in the United States, and an examination of the relation between several measures of net reproductiveity* (« J. A. S. A. », vol. XXXI, giugno 1936).
- ID., *Some recent results in population analysis* (« J. A. S. A. », vol. XXXIII, marzo 1938, p. 164-178).
- MALTHUS T. R., *Saggio sul principio della popolazione* (« B. d. E. », serie II, vol. XI, Utet, Torino).
- MESSEDAGLIA A., *Della teoria della popolazione principalmente sotto l'aspetto del metodo. Malthus e dell'equilibrio della popolazione con le sussistenze* (« Opere scelte di economia ed altri scritti di A. Messedaglia », vol. I, Verona, 1920).
- MOMBERT P., *Wandlungen in der Lebensdauer und dem Altersaufbau der Bevölkerung. Wirtschaftliche und gesellschaftliche Wirkungen* (« J. N. Ö. S. », vol. CXXXIX, serie III; vol. LXXXIV, 1933, p. 36).
- MORTARA G., *La popolazione delle grandi città italiane secondo il sesso e l'età dei loro componenti* (« G. d. E. », 1906-II, p. 350-572).
- ID., *La popolazione delle grandi città italiane al principio del secolo XX* (« B. d. E. », serie V, vol. XIX, Utet, Torino, 1908).
- ID., *Relazioni fra la diminuzione della natalità e la diminuzione della mortalità* (« Atti C. I. S. P. » Comitato italiano per lo studio dei problemi della popolazione, vol. VII, Roma, 1934, p. 235).

- MORTARA G., *Procedimenti per la formazione di indici del movimento naturale della popolazione* (« G. d. E. », 1908-II, p. 183-195).
- NOTESTEIN F. e altri, *The future population of Europe and the Soviet Union*, League of Nations, Geneva, 1944.
- PEARL R., *The biology of population growth*, Knopf, New York, 1925.
- ID., *The natural history of population*, Oxford University Press, New York, 1939.
- ID., *The population of the New World. Trends and characteristics* (« Proceedings of the Eighth American Scientific Congress », Washington, 1943).
- PEARL R. e REED L. J., *On the mathematical Theory of Population Growth* (« Metron », vol. III, n. 1).
- PENROSE F., *Population theories and their application*, Stanford University (Calif.), 1934.
- PEROZZO L., *Della composizione della popolazione per sesso e per età in Italia ed in alcuni Stati esteri* (« B. I. I. S. », tome XV, 1^{er} livr., p. 183).
- ID., *Statistica grafica: Della rappresentazione grafica di una collettività di individui nella successione del tempo e in particolare dei diagrammi a tre coordinate* (« A. S. », serie II, vol. XII, p. 1).
- ID., *Stereogrammi demografici*. Continuazione dello studio pubblicato sotto il nome di « Statistica grafica » (« A. S. », serie II, vol. XII, p. 1).
- ID., *Sulla classificazione della popolazione italiana per età* (« A. S. », serie II, vol. I, p. 136).
- PRATO G., *La fortuna di Malthus* (« Annali di Economia dell'Università Bocconi », Milano, 1921).
- RAMERI L., *Sulla classificazione della popolazione italiana per età, giusta il Censimento del 31 dicembre 1871* (« A. S. », serie I, vol. VI, p. 38; serie I, vol. VIII, p. 143).
- ID., *Calcolo della popolazione italiana per età* (« A. S. », serie I, vol. IX, p. 256).
- REDDAWAY W. B., *The economics of a declining population*, Allen & Unwin, London, 1939.
- REINHARD N. M., *Histoire de la population mondiale de 1700 à 1948*, Domat Montchrestien, Paris, 1948.
- SAIBANTE M., *La concentrazione della popolazione* (« Metron », vol. VII, n. 2, p. 53).
- SAVORGAN F., *Le previsioni demografiche* (« Barometro economico », agosto 1932).
- SOMOGYI S., *Aspetti demografici dei gruppi confessionali in Ungheria, con particolare riguardo agli ebrei*, Istituto per l'Europa Orientale, Roma.
- SOMOGYI S. e GINI C., *Tavole sull'ammontare e sul movimento della popolazione attraverso il tempo* (« Atti C. I. S. P. », vol. VII, p. 253, Roma, 1934).
- THOMPSON W. S., *Population problems*, McGraw-Hill, New York, 1942.
- THOMPSON W. S. e WHELPTON P. K., *Estimates of future population of the United States 1940-2000*, National Resources Planning Board, Washington, 1943.
- TRAVAGLINI V., *Gli schemi teorici del movimento della popolazione*, Perugia, 1929.
- VIANELLI S., *A general dynamic demographic scheme and its application to Italy and the United States* (« Econometrica », vol. IV, 1936, p. 269).
- ID., *Il dinamismo demografico di Bologna*, Testa, Bologna, 1939.

- VINCI F., *Previsioni demografiche* (« Studi del Laboratorio di Statistica del R. Istituto superiore di Venezia », 1927, n. 1).
- VIRGILII F., *Il problema della popolazione*, Vallardi, Milano, 1924.
- VOLTERRA V., *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*, Paris, 1931.
- ID., *Leggi delle fluttuazioni e principii di reciprocità in biologia* (« Rivista di biologia », 1937).
- ID., *Population growth, equilibria and extinction under specified breeding conditions* (« Human Biology », 1938).
- WHELPTON P. K., *Empirical Method of calculating future Population* (« J. A. S. A. », vol. XXXI, n. 195, p. 457).
- World population in transition*, fascicolo n. 237 (gennaio 1945) degli « Annals of the American Academy of Political and Social Science ».

• Cap. V. — LA FAMIGLIA (Vedi anche Cap. II).

Sez. I. — *Famiglia di censimento e famiglia naturale*. — Sez. II. — *Matrimoni*.

- BACHI R., *Gli indici della attrazione matrimoniale* (« G. d. E. » e « Riv. statistica », novembre 1929).
- ID., *Gli indici della attrazione matrimoniale* (« G. d. E. », 1929, p. 894-938).
- BODIO L., *Sui matrimoni legali e sui matrimoni celebrati col solo rito religioso* (« A. S. », serie I, vol. IV, p. 231).
- ID., *Sui matrimoni fra consanguinei in Italia* (« A. S. », serie I, vol. IX, p. 16).
- ID., *Sulle combinazioni di età fra gli sposi in Italia in confronto con gli altri Paesi* (« A. S. », serie I, vol. IX, p. 15).
- BURGDÖRFER F., *Aufbau und Bewegung der Bevölkerung* (« Staatsmedizinische Abhandlungen », J. A. Barth, Leipzig, 1935).
- DE CASTRO D., *L'attrazione matrimoniale tra individui di uguale religione a Trieste (1904-1925)* (« B. I. S. E. U. T. », n. 1-2, 1930, p. 12).
- DEL VECCHIO G. S., *Sulle ricerche statistiche intorno ai matrimoni tra consanguinei e ai loro effetti* (« A. S. », serie II, vol. II, p. 12).
- FABRIS R., *Saggio sulla fecondità dei matrimoni e sulle proporzioni dei due sessi tra i nati* (« A. S. », serie II, vol. I, p. 96).
- FORTUNATI P., *Natalità, mortalità e nuzialità dei comuni del Regno in ordine d'intensità di popolazione* (« S. S. N. P. S. E. », anno III, n. 3).
- GINI C., *La intensità della diminuzione della fecondità matrimoniale secondo l'età della madre* (« Metron », vol. XI, n. 3, p. 3).
- ID., *Sulla nuzialità differenziale delle varie classi sociali* (« Atti C. I. S. P. », vol. VII, Roma, 1934, p. 357).
- GLASS D. V., *Marriage frequency and economic fluctuations in England and Wales, 1851 to 1934*, Union Brothers Ltd., London.
- GOLZIO S., *Un caso particolare di omogamia*, Accame, Torino, 1939.
- GOLZIO S. e BATTARA P., *Indagini sulla fecondità dei matrimoni contratti con rito civile* (« Economia », vol. XII, 1933, p. 301).
- HIRSCHMANN O. A., *Nota su due recenti tavole di nuzialità della popolazione italiana* (« G. d. E. », gennaio 1938).



- MARCH L., *Les statistiques des familles* (« B. I. I. S. », tome XIX, 3^{me} livr., p. 209).
- MEDANI P., *Tavole di nuzialità italiane per celibi e nubili (1930-32)* (« A. S. », serie VII, vol. I).
- MORTARA G., *Indici di simpatia nella scelta matrimoniale* (« G. d. E. », 1908-II, p. 567-575).
- ID., *Relazioni tra la diminuzione della natalità e la diminuzione della mortalità* (« Atti C. I. S. P. », Roma, 1934).
- MYRDAL A., *Nation and family*, Kegan Paul, London, 1945.
- PEROZZO L., *Nuove applicazioni del calcolo delle probabilità allo studio dei fenomeni statistici e distribuzione dei medesimi secondo l'età degli sposi* (« A. S. », serie III, vol. V, p. 175).
- SAVORGNAN F., *Nuovi contributi allo studio dell'attrazione matrimoniale* (« G. d. E. », novembre 1929).
- ID., *La scelta matrimoniale. Studi statistici* (« Metron », serie B, 1924).
- SOMOGYI S., *Tavole di nuzialità e di vedovanza per la popolazione italiana (1930-1932)* (« A. S. », serie VII, vol. I-II).
- WAGEMANN E., *Heiratskurve in den Agrar- und Industrieländern, seit 1870* (« Atti C. I. S. P. », vol. VII, p. 363, Roma, 1934).

Sez. III. — *Evoluzione della famiglia.* — Sez. IV. — *Estinzione della famiglia.*

- BENINI R., *Di alcuni punti oscuri della demografia* (« G. d. E. », 1896-II, p. 97-128, 197-327, 509-534).
- DEPOID M., *Mortalité par état matrimonial. Dissolution des unions suivant la durée et l'âge combiné des deux époux* (« J. S. S. P. », n. 3, marzo 1938, p. 77).
- DUBLIN L. I. e LOTKA A. J., *The average size of the family in a stationary and a diminishing population* (« Atti C. I. S. P. »).
- FAHLBECK P. E., *La noblesse de Suède. Etude démographique* (« B. I. I. S. », tome XII, 1900, p. 169).
- LOTKA A. J., *The spread of generations* (« Human Biology », vol. I, p. 305-320, settembre 1929).
- ID., *The extinction of families* (« Journal of the Washington Academy of Science », vol. XXI, n. 16, p. 18, ottobre-novembre 1931).
- ID., *Orphanhood in relation to demographic factors* (« Metron », vol. IX, n. 2).
- LUZZATTO FEGIZ P., *I cognomi di S. Gimignano* (« Metron », vol. V, n. 2, 1925).
- ID., *Überlebensstafeln von Familiennamen* (« J. N. Ö. S. », 1925).
- SAVORGNAN F., *L'estinzione dei matrimoni* (« A. S. », serie VII, vol. I).
- ZAPPA G., *Sulla legge di estinzione delle famiglie* (« Metron », vol. XIII, n. 4, 1939, p. 75).

PARTE II

Cap. I. — LE IMPRESE.

- ALBERTARIO P., *Le « fattorie » dell'Italia centrale* (« A. S. », serie VII, vol. III, p. 99).
- AMOROSO L., *La dinamica dell'impresa* (« R. I. S. E. F. », settembre 1933).
- BAFFI P., *Dimensioni medie e concentrazione dei capitali nelle società anonime italiane* (« Rivista italiana di scienze commerciali », n. 1, Milano, Vallardi, 1935).
- BATTARA P., *Analisi statistica sulle integrazioni verticali nell'industria* (« L'industria », 1946).
- ID., *Indagine sulla concentrazione industriale in Italia* (« A. S. », 1947).
- CAPODAGLIO G., *Storia di un investimento di capitale. La società italiana per le strade ferrate meridionali (1862-1937)*, Bietti, Milano, 1939.
- ID., *Storia di un investimento di capitale* (« A. I. S. U. B. », vol. XVII, 1940).
- COPPOLA D'ANNA F., *Le società italiane per azioni* (« Congiuntura economica, 1949).
- FLORENCE P. S., *Investment, location and size of plant. A realistic inquiry into the structure of British and American industries*, University Press, Cambridge, 1948.
- GAEDICKE H., *Die Lebensdauer englischer Aktiengesellschaften* (« J. N. Ö. S. », vol. CXXXVI, serie III, 81 vol., 1932; I, 1932, p. 559).
- ID., *Altersaufbau, Abgangsordnung und Lebensdauer von Aktiengesellschaften* (« Allgemeines Statistisches Archiv », vol. XIX, p. 513).
- GENNARO P., *Sulla frequenza alle assemblee delle società per azioni in Italia* (« Congiuntura economica », 1949).
- GOLZIO S., *Considerazioni sui profitti e sulle dimensioni delle imprese industriali* (« R. I. S. S. », 1936, anno XLIV, serie III, vol. VII, p. 366).
- HECHT M., *Eine internationale Konzernstatistik* (« B. I. I. S. », tome XXVI, 2^{me} livr., p. 485).
- ISTITUTO NAZIONALE DI ECONOMIA AGRARIA, *La distribuzione della proprietà fondiaria in Italia. Relazione generale di G. Medici*, Edizioni Italiane, Roma, 1948.
- LASORSA G., *Indagini sulla mortalità delle società italiane per azioni* (« G. d. E. », 1928, p. 838-858).
- LENTI L., *Guadagnano di più le grandi, le medie o le piccole intraprese? Studio sui bilanci delle società italiane per azioni nel periodo 1927-1931* (« R. S. », vol. XLVI, 1935, p. 68).
- ID., *Tavola di sopravvivenza delle società italiane per azioni (1931-1934)* (« Rivista di Politica Economica », fasc. VII-VIII, 1936, p. 527).
- LUZZATTO FEGIZ P., *Il consiglio d'amministrazione e l'interdipendenza delle imprese* (« G. d. E. », 1928, p. 197-231).
- MARSHALL A., BARONE E., LIEFMANN R., MASCI G., *Organizzazione industriale* (« N. C. E. », vol. VII, Utet, Torino, 1934).
- RIENZI E., *Distribution of shareholders among Italian joint-stock companies* (« Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review », 1948).
- ID., *La distribuzione del capitale azionario tra le società bancarie italiane* (« Moneta e credito », 1949).

Appendice A

- VERGOTTINI (DE) M., *Dinamica delle dimensioni e dei profitti in un gruppo chiuso di società commerciali* (« A. I. S. U. B. », vol. XV, 1939).
- VINCI F., *La vita delle società per azioni* (« Rivista delle Società commerciali », 1918).
- ZERINI E. (pseudonimo), *L'economia capitalistica ed i vari aspetti delle egemonie economiche in Italia* (« Critica economica », febbraio-aprile-giugno 1947).

Cap. II. — IL LAVORO.

Sez. I. — Struttura professionale e sociale della popolazione.

- ALBERTARIO P., *Gli addetti all'agricoltura nell'ottavo censimento della popolazione* (« G. d. E. », 1936, p. 585-600).
- BAYERISCHES STATISTISCHES LANDESAMT, *Sozialer Auf- und Abstieg in deutschen Volke*, Monaco, 1930.
- BENINI R., *Principii di demografia*, Barbera, Firenze, 1901.
- BERTILLON J., *Rapport sur la nomenclature des professions dans le recensement* (« B. I. I. S. », tome VI, 1^{er} livr., p. 263).
- BODIO L., *Censimento della popolazione per professioni*. Relazione alla Giunta Centrale di Statistica (« A. S. », serie I, vol. X, p. 41).
- COLETTI F., *La popolazione rurale in Italia*, Federazione Italiana Consorzi Agrari, Piacenza, 1925.
- DAVIDSON P. E. e ANDERSON H. D., *Occupational mobility in an American community*, Stanford University (Calif.), 1937.
- DE MEIO G., *Caratteristiche demografiche di classi economicamente e socialmente differenziate in una città italiana nel secolo XVIII* (« A. S. », serie VI, vol. XIX, Roma, 1931).
- ID., *Il ricambio sociale di alcune città dell'Italia Meridionale nei secoli XVII e XVIII* (XII Congrès de l'Institut International de Sociologie, Bruxelles, 25-29 agosto 1935).
- FAHLBECK P., *Les classes sociales* (« B. I. I. S. », tome XIX, 3^{me} livr., p. 189).
- FORTUNATI P., *Il ricambio sociale secondo indagini sulla struttura demografica della studentesca universitaria di Padova* (« Ann. Univ. Ferrara », n. 2, Padova, 1937).
- FUÀ G., *La valutazione monetaria della vita umana* (« Statistica », 1945-1946).
- KIAËR A. N., *Répartition sociale des revenus* (« B. I. I. S. », tome XIX, 3^{me} livr., p. 119).
- LIVI L., *Ascesa e discesa sociale in Italia* « Bollett. DOXA », 1949, fasc. XIX.
- LLEWELLYN SMITH A. e altri, *The New Survey of London Life and Labour*, King, London, 1932.
- LUZZATTO FEGIZ P., *Sulla struttura professionale della popolazione italiana* (« Annali di economia dell'Università Bocconi », vol. X).
- MACLAURIN W. R. e MYERS C., *The movement of factory labor*, Cambridge (Mass.), 1943.
- MAKOWER H., MARSHAK J. e ROBINSON H. W., *Studies in mobility of labor. Analysis for Great Britain* (« Oxford Economic Papers », 1939-1940).
- ODIN A., *Genèse des grands hommes*, Paris, 1895.

- PALMER G., *Research planning memorandum on labor mobility*, Social Science Research Council, New York, 1947.
- SOMOGYI S., *Variazioni strutturali della popolazione e disoccupazione* («Economia», vol. XII, 1933, p. 324).
- TAUSSIG F. W. e JOSLYN C. S., *American Business Leaders*, Macmillan, New York, 1932.
- THIRRING L., *Les professions exercées par la population éparse en Hongrie* («J. S. H. de S.», 1936).
- UGGÈ A., *Osservazioni sul metodo per la misura statistica della mobilità del lavoro* («R. I. S. S.», 1931, p. 417).

Sez. II. - Offerta di lavoro. — Sez. III. - Retribuzione del lavoro.

Sez. IV. - Occupazione e disoccupazione.

- ALBERTI M., *Il costo della vita, i salari e le paghe a Trieste nell'ultimo quarto di secolo*, Vram, Trieste.
- ANNUAIRE DES STATISTIQUES DU TRAVAIL, 1936 e segg. («B. I. T.», Genève).
- ARCARI P. M., *Statistiche salariali e dinamica dei salari* («Economia», vol. XIV, 1933, p. 105).
- ID., *Le variazioni dei salari agricoli in Italia dalla fondazione del Regno al 1933* («A. S.», serie VI, vol. XXXVI).
- BACHI R., *Appunti sui metodi per la rilevazione dell'andamento del mercato del lavoro* («G. d. E.», 1907, p. 89-114, 167-280, 386-416).
- ID., *Un'indagine sui prezzi* («G. d. E.», 1929, p. 410-413).
- BARNA T., *Profits during and after the war*, Fabian Publications, London, 1945.
- BENINI R., *Un articolo di moda: i numeri indici dei prezzi* («Economia», vol. I, 1928, p. 115).
- BEVERIDGE W., *Full employment in a free society*, Allen, London, 1944. (Traduzione italiana ed. Einaudi, 1948).
- B. I. T., *Statistiques de l'emploi, du chômage et de la main d'oeuvre. Etude méthodologique*, Genève, 1948.
- ID., *Statistiques du coût de la vie. Méthodes et techniques pour la période d'après guerre*, Genève, 1948.
- BODIO L., *Sui contratti agrari e sulle condizioni materiali di vita dei contadini in diverse regioni d'Italia* (Estratto dalle Monografie agricole). Notizie poste in allegato alla relazione dell'On. Boselli alla Camera dei deputati sul progetto di legge di inchiesta agraria (Camera dei Deputati, 16 giugno 1876, n. 68-A) («A. S.», serie II, vol. VIII, p. 125).
- BOWLEY A. L., *Comparaison internationale des salaires, à l'aide de la médiane* («B. I. I. S.», tome XIX, 3^{me} livr., p. 278).
- ID., *Wages and Income in the U. K. since 1860*, University Press, Cambridge, 1937.
- CANNAN E., *Not enough work for all* («Economic Journal», 1932).
- COMMITTEE ON PRICE DETERMINATION, CONFERENCE ON PRICE RESEARCH, *Cost behaviour and price policy*, New York, 1943.
- DALE J. A., *Interpretation of the Statistics of Unemployment* («J. R. S. S.», vol. XCVII, 1934, p. 85).
- DEL VECCHIO G., *Nuovi dati sul costo della vita in Italia* («G. d. E.», 1913-I, p. 612-618).

- DEMARIA G., *L'offerta individuale di lavoro e le sue limitazioni* (« G. d. E. », 1933, p. 549-570).
- DE VITA A., *Salari e costo del lavoro nell'industria* (« Congiuntura economica », 1948).
- DORIA D., *Notizie sulla disoccupazione nel Regno e nella Venezia Giulia* (« B. I. S. E. U. T. », n. 11-12, 1927, p. 275).
- DOUGLAS P. H. e COBB C. W., *A theory of production* (« American Economic Review », 1928).
- DOUGLAS P. H., *Real wages in the United States*, Boston, 1930.
- ID., *The theory of wages*, New York, 1934.
- DOUGLAS P. H. e SCHOENBERG E., *Studies in the supply curve of labour. The relation in 1929 between average earnings in American cities and the proportion seeking employment* (« Journal of Political Economy », 1937).
- DOUGLAS P. H. e GUNN G., *Further measurements of marginal productivity* (« Quarterly Journal of Economics », 1940).
- DOUGLAS P. H., *Are there laws of production?* (« American Economic Review », 1948).
- DUCOFF L. J. e HAGOOD M. J., *Labor force definition and measurement*, Social Science Research Council, New York, 1947.
- DUNLOP J. T., *The movement of real and money wage rates* (« Economic Journal », 1938).
- ID., *Trends in the rigidity of English wage rates* (« Review of Economic Studies », 1939).
- EINAUDI L. e DENI A., *Il salario e l'imposta* (« R. S. », vol. XLI, 1934, p. 192).
- FABRICANT S., *Employment in manufacturing 1899-1939*, (« N. B. E. R. », New York, 1942).
- FISHER I., *The making of index numbers*, Houghton Mifflin, Boston, 1922.
- FLORENCE P. S., *Labour*, Hutchinson's University Library, s. d.
- FRISCH R., *Annual survey of general economic theory. The problem of index numbers* (« Econometrica », 1936).
- GALLETTI G., *Consumi e prezzi nel confronto internazionale fra i salari reali* (« R. S. », vol. XXXVIII, serie III, p. 538).
- GINI C., *Quelques considérations au sujet de la construction des nombres indices des prix et de questions analogues* (« Metron », vol. IV, n. 1, p. 3).
- HABERLER G., *Der sinn der Indexzahlen*, Mohr, Tübingen, 1927.
- HALL R. L. e HITCH C. J., *Price theory and business behaviour* (« Oxford Economic Papers », 1939).
- HANDSAKER M. L. e DOUGLAS P. H., *The theory of marginal productivity tested by data for manufacturing in Victoria* (« Quarterly Journal of Economics », 1937-1938).
- HILTON M., *Chômage et salaires réels* (« B. I. I. S. », tome XXV, 1^{er} livr., p. 145). *Il problema della disoccupazione*, fascicolo speciale della « Rassegna di statistiche del lavoro », 1949.
- INAMA-STERNEGG (VON) K. TH., *La statistique des salaires des ouvriers industriels. Rapport fait au nom de la IV^e Section* (« B. I. I. S. », tome IX, 2^{me} livr., p. 174).
- JANNACCONE P., *Note critiche di statistica economica sulla misura delle variazioni dei prezzi* (« R. S. », vol. XXXIV, serie III, p. 241).

- JANNACCONE P., *Produzione e popolazione lavoratrice in regime di mercato libero e di mercato controllato* (« Riv. Ital. Scienze Economiche », Bologna, 1939).
- KEYNES J. M., *The value of money*, libro II di *A treatise on money*, Macmillan, London, 1930. (Traduzione italiana ed. Treves, 1932).
- KONÜS A. A., *The problem of the index of the cost of living*, traduzione dall'originale russo del 1924. (« Econometrica », 1939).
- LASORSA G., *Recenti vedute intorno ai salari* (« Economia », vol. VI, 1930, p. 253).
- ID., *Statistiche del lavoro*, Adriatica, Bari, 1948.
- LESTER R. A., *Economics of labour*, Macmillan, New York, 1941.
- ID., *Effectiveness of factory labor. South-North comparisons* (« Journal of Political Economy », 1946).
- ID., *Marginalism, minimum wages and labor markets* (« American Economic Review », 1947).
- LONG C. D., *The concept of unemployment* (« Quarterly Journal of Economics », 1942).
- MARSHAK J. e ANDREWS W. H., *Random simultaneous equations and the theory of production* (« Econometrica », 1944).
- MOLINARI A., *I numeri indici del costo della vita in Italia* (« R. S. », vol. XXXV, serie III).
- ID., *Produttività agricola e industriale* (« Congiuntura economica », 1947).
- MONTEMARTINI G., *Le curve tecniche di occupazione industriale* (« A. S. », serie V, vol. I).
- ID., *La statistica della disoccupazione e la rilevazione della domanda di lavoro* (« G. d. E. », 1913-I, p. 299-311).
- MOORE H. L., *Le leggi del salario: Saggio di economia statistica* (« N. C. E. », vol. XI, Utet, 1936, p. 579).
- MORON G., *L'organisation d'une statistique internationale du chômage* (« B. I. I. S. », tome IX, 2^{me} livr., p. 241).
- NICHOLLS W. H., *Labor productivity functions in meat packing*, University of Chicago Press, 1948.
- NIXON J. W., *Index-Numbers of Wages: a Survey* (« R. I. I. S. », 1^{re} année, 1^{er} livr., 1933, p. 39).
- NIXON R. e SAMUELSON P., *Estimates of unemployment in the United States* (« Review of Economic Statistics », 1940).
- OXFORD INSTITUTE OF STATISTICS, *The economics of full employment*, Blackwell, Oxford, 1944.
- PAPI G. U., *Recenti vedute teoriche inglesi sulla disoccupazione* (« G. d. E. » ed « Annali di economia », anno I, n. 1-2, p. 1).
- PHELPS BROWN E. H. and HOPKINS S. V., *The course of wage rates in five countries, 1860-1939*. (« Oxford Economic Papers », II (1950), n. 2, p. 226-296).
- PIETRA G., *Relazione sulla statistica dei salari in agricoltura e appendice sul « Mercato del lavoro » (e discussione)* (Relatore per il Consiglio super. di Statistica: Carlo Francesco Ferraris) (« A. S. », serie V, vol. VIII, p. 56, 162 e 206).
- PIETRA G., FORTUNATI P. e POLZER A., *Il problema demografico-agrario del Veneto e del Ferrarese. Primi lineamenti di statistica corporativa* (« Istituto di statistica della R. Università di Padova », 1935).
- PIGOU A. C., *The economics of welfare* (3^a ediz.), Macmillan, London, 1929 (traduzione ital.: « N. C. E. », vol. X, Utet, Torino, 1934).

- PIGOU A. C., *Aspects of British economic history 1918-1925*, Macmillan, London, 1947.
- RAMSBOTTOM E. C., *The Course of Wage Rates in the United Kingdom (1921-1934)* (J. R. S. S.), vol. XCVIII, 1935, p. 639).
- REDER M. W., *An alternative interpretation of the Cobb-Douglas function* (« Econometrica », 1943).
- REYNOLDS L. G., *Research in wages*, Social Research Council, New York, 1947.
- RHODES E. C., *The Precision of Index-Numbers* (« J. R. S. S. », vol. XCIX, 1936, p. 142).
- ROSSI E., *Cosa valgono le statistiche della disoccupazione in Italia* (« R. S. », vol. XXXVIII, serie III, p. 480).
- ID., *I salari degli operai milanesi dal 1921 al 1° settembre 1926* (« R. S. », vol. XXXVII, serie III, p. 552).
- ROSTAS L., *Productivity, prices and distribution in selected British industries*, University Press, Cambridge, 1948.
- ID., *Comparative productivity in British and American industry*, University Press, Cambridge, 1948.
- ID., *Comparaison de productivité sur le plan international* (« Revue Internationale du Travail », 1948).
- ROYAL STATISTICAL SOCIETY, *Memorial on Earnings and Cost of Living addressed to the Minister of Labour* (« J. R. S. S. », vol. XCIX, 1936, p. 360).
- SCHMOLLER G., *Die historische Lohnbewegung von 1300-1900 und ihre Ursachen* (« B. I. I. S. », tome XIV, 3^{me} livr., p. 223).
- SIMIAND F., *Le salaire, l'évolution sociale et la monnaie*, Alcan, Paris, 1932.
- STAEHLE H., *International comparisons of food costs* (« Internat. Comparisons of Cost of Living ». Studies and Reports I. L. O., serie N, n. 20).
- ID., *A Development of the Economic Theory of Price Index-Numbers* (« The Review of economic studies », vol. II, n. 3, giugno 1935).
- ID., *The measurement of statistical cost functions: an appraisal on some recent contributions*. « American Economic Review », XXXII (1942), n. 2, parte I, p. 321-333.
- TAGLIACARNE G., *Media aritmetica e media geometrica nel calcolo dei numeri indici dei prezzi all'ingrosso* (« G. d. E. », 1928, p. 467-479).
- TINBERGEN J. e DE WOLFF P., *A simplified Model of the Causation of technological Unemployment* (« Econometrica », vol. VII, n. 3, luglio 1939, p. 193).
- TUCKER R. S., *Real Wages of Artisans in London (1729-1935)* (« J. A. S. A. », vol. XXXI, n. 193, p. 73).
- UGGÈ A., *Osservazioni sul metodo per la misura statistica della mobilità del lavoro* (« R. I. S. S. », 1931, p. 417).
- ID., *Prezzi, salari, costo della vita e occupazione operaia nel 1936* (« R. I. S. S. », 1937, anno XLV, serie III, vol. VIII, p. 514).
- ID., *Prezzi, salari, costo della vita e occupazione operaia nel 1937* (« R. I. S. S. », 1938, anno XLVI, serie III, vol. IV, p. 409).
- ID., *Statistiche del mercato del lavoro*, vol. I degli *Appunti di statistica economica*, Giuffrè, Milano, 1939.
- ID., *I numeri indici dei prezzi*, Giuffrè, Milano, 1946.
- VAMPA D., *Studio sui rendimenti individuali di alcune categorie di impiegati* (« A. S. », serie VII, vol. IV).

- VANNUTELLI C., *Aspetti del mercato del lavoro in Italia nel presente dopoguerra* (« Rivista internazionale della protezione sociale », 1947).
- ID., *Elementi di valutazione comparata del costo del lavoro in alcuni paesi* (« Rassegna di Statistiche del Lavoro », 1950).
- VERDOORN P. J., *Fattori che regolano lo sviluppo della produttività del lavoro* (« L'Industria », 1949).
- WRIGHT G. D., *The course of wages in the United States since 1840* (« B. I. I. S. », tome VIII, 1^{er} livr., p. 108).
- ZANTEN J. H., *Quelques considérations sur la comparaison internationale des indices du coût de la vie et des salaires réels* (« R. I. I. S. », 1^{re} année, 3^{me} livr., 1933, p. 20).
- Cap. III. — IL REDDITO NAZIONALE.
- Sez. I. — Concetto di reddito nazionale. — Sez. II. — Produzione nazionale.
- ALBERTARIO P., *Le fattorie dell'Italia centrale* (« A. S. », serie VII, vol. III-IV).
- ID., *Aspetti e problemi dell'economia italiana. La valutazione della popolazione lorda dell'agricoltura lombarda considerata nei due quinquenni 1910-1914 e 1920-1924* (« G. d. E. », 1926, p. 672-691).
- ID., *La situazione economica dell'agricoltura. Primo contributo*, Ramo editoriale degli agricoltori, Roma s. d. (1947).
- BARBERI B., *Reddito nazionale e bilancia dei pagamenti. Elementi definitivi e schemi rappresentativi*, estratto dagli « A. S. », Failli, Roma, 1949.
- BOWLEY A. L., *Discussion on the National Income* (« I. R. S. S. », vol. XCII, 1929, p. 163).
- BOWLEY A. L. e STAMP J., *Three studies on the national income*, collezione di ristampe della London School of Economics, 1938.
- BOWLEY A. L. e altri, *Studies on the national income 1924-1938*, University Press, Cambridge, 1942 (contiene ampia bibliografia).
- BREGLIA A., *Reddito, natalità, mortalità* (« R. S. », vol. XLI, 1934, p. 265).
- CARTER C. F., REDDAWAY W. B. e STONE R., *The measurement of production movements*, University Press, Cambridge, 1948.
- CLARK COLIN, *The National Income (1924-1931)*, Macmillan, London, 1931.
- CONTENTO A., *Sulla ripartizione territoriale della ricchezza privata in Italia* (« G. d. E. », 1914-I, p. 479-506).
- ID., *Sull'evasione nelle trasmissioni gratuite mobiliari. Nuove ricerche sulla ripartizione regionale della ricchezza privata in Italia* (« G. d. E. », 1916-II, p. 542-566; 1917-I, p. 71-101, 251-276).
- COPPOLA D'ANNA F., *Popolazione, reddito e finanze pubbliche in Italia dal 1860 ad oggi*, Partenia, Roma, 1946.
- CRUM W. L., *The National Income and its distribution* (« J. A. S. A. », vol. XXX, n. 189, p. 35).
- DEANE PH., *The measurement of colonial national incomes*, University Press, Cambridge, 1948.
- DERKSEN J. B. D., *A system of national book-keeping illustrated by the experience of the Netherlands economy*, University Press, Cambridge, 1946.
- DOUGLAS I., *The American Census of Distribution* (« J. R. S. S. », vol. XCIV, 1931, p. 432).
- FABRICANT S., *The output of manufacturing industries 1899-1937*, N. B. E. R. New York, 1940.

- FLUX A. W., *The National Income* (« J. R. S. S. », vol. XCII, 1929, p. 1).
- FORNASARI DI VERCE E., *Statistiche agrarie. Studio di metodologia statistica* (« G. d. E. », 1906-II, p. 249-278, 379-409).
- FUÀ G., *Elementi di contabilità nazionale. Parte I: sul reddito reale*. Istituto per gli Studi di Economia, Milano, 1949 (contiene ampia bibliografia).
- GINI C., *The content and use of estimates of the national income* (« Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review », 1948).
- GUIDOTTI S., *Sui procedimenti di contabilità nazionale* (« Rivista di Politica Economica », 1950, p. 587-595).
- HICKS J. R., *The valuation of the social income* (« Economica », 1940).
- HICKS J. R. e HART A. G., *The social framework of the American economy*, Oxford University Press, New York, 1945.
- HICKS J. R., *The valuation of the social income. A comment on Professor Kuznets, reflections* (« Economica », 1948).
- ISTITUTO CENTRALE DI STATISTICA, *Studi sul reddito nazionale*. (« A. S. », Serie VIII, vol. III, 1950).
- JANTZEN I., *Il bilancio economico nazionale* (« Economia internazionale », 1948).
- KEYNES J. M., *The income and fiscal potential of Great Britain* (« Economic Journal », 1939).
- ID., *The concept of national income. A supplementary note* (« Economic Journal », 1940).
- KUZNETS S., *National income and its composition 1919-1938*, N. B. E. R., New York, 1941.
- ID., *National income. A summary of findings*, N. B. E. R., New York, 1946.
- ID., *National product in wartime*, N. B. E. R., New York, 1946.
- ID., *National product since 1896*, N. B. E. R., New York, 1946.
- ID., *On the valuations of social income. Reflections on Professor Hicks' article* (« Economica », 1948).
- LEONTIEV W. W., *The structure of American economy 1919-1929*, Harvard University Press, Cambridge (Mass.), 1941.
- LEVASSEUR E., *Les procédés de la statistique agricole* (« B. I. I. S. », tome XIII, 2^{me} livr., p. 1).
- LINDHAL E., DAHLGREEN E. e KOCH K., *National income of Sweden 1861-1930*, King, London, 1937.
- LITTLE I. M. D., *The valuation of the social income* (« Economica », 1949).
- LIVI L., *La disciplina della produzione ed i nuovi compiti della statistica nell'ordinamento corporativo* (« Economia », vol. XV, 1935, p. 5).
- MACROSTY H. W., *The Third Census of Production of the United Kingdom (1924)* (« J. R. S. S. », vol. XCV, 1932, p. 320).
- MARTIN R. F., *National income in the United States 1799-1938*, National Industrial Conference Board, New York, 1939.
- MEADE J. E. e STONE R., *The construction of tables of national income, expenditure, savings and investment* (« Economic Journal », 1941).
- ID., *National income and expenditure*, Bowes, Cambridge, 2^a ed., 1948.
- MILTON G. e JASZI G., *National product and income statistics as an aid in economic problems* (« Dun's Review », 1944. Successivamente ristampato nel volume collettivo *Readings in the theory of income distribution*, Blakiston, Philadelphia-Toronto, 1946).
- MOLINARI A., *Statistique de la distribution* (XXIII Session de l'« I. I. S. », Athènes, 1936, La Haye, 1936).

- N. B. E. R., *Studies in income and wealth*, New York, 1937-... (Nel 1950 è uscito, di questa collezione di studi, il vol. 12°).
- National income and expenditure of the United Kingdom*, H. M. Stationary Office, London (pubblicazione annuale).
- National income and product statistics of the United States 1929-1946*, supplemento speciale alla « Survey of Current Business », 1947.
- National Income number*, N.° speciale (n. 7, vol. 30, luglio 1950) della « Survey of Current Business », Washington
- NORTON F. E. J. R., *Classified bibliography of articles on national income and distribution*, nel volume collettivo *Readings in the theory of income distribution*, Blakiston, Philadelphia-Toronto, 1946.
- O. E. C. E., *A simplified system of national accounts*, (a cura di R. STONE), Cambridge, « National Accounts Research Unit », aprile 1950, p. 49.
- PERROUX F., URI P. e MARCZEWSKI J., *Le revenu national*, Presses Universitaires, Paris, 1947.
- PERROUX F., *Les comptes de la nation*, Presses Universitaires, Paris, 1949.
- PIGOU A. C., *The economics of welfare*, Macmillan, London, 1929.
- ID., *L'economia del benessere* (« N. C. E. », vol. X, Utet, 1934).
- ID., *Comparisons of real income* (« Economica », 1943).
- ID., *Income. An introduction to economics*, Macmillan, London, 1946. (Traduzione italiana, ed. L'Industria).
- RUGGLES R., *An introduction to national income and income analysis*, McGraw-Hill, New York, 1949.
- SAGOROFF S., *Begriff und Berechnung des Volkseinkommens*, Francke, Bern, 1949.
- SAMUELSON P. A., *National income*, cap. 11° di *Economics. An introductory analysis*, McGraw-Hill, New York, 1948.
- ID., *Evaluation of real national income*, « Oxford Economic Papers », vol. II (1950), n. 1 (gennaio).
- SHOUP C., *Principles of national income analysis*, Houghton Mifflin, Boston, 1946 (contiene ampia bibliografia).
- SPAGNOLI A., *Sulla comparabilità dei dati concernenti le superfici investite a colture legnose agrarie* (« A. S. », serie VII, vol. III-IV).
- STIGLER G., *Trends in output and employment*, N. B. E. R., New York, 1947.
- The economic report of the President to the Congress*, Government Printing Office, Washington (pubblicazione annuale).
- TRESS R. C., *The diagrammatic representation of national income flows* (« Economica », 1948).
- UNITED NATIONS, *Measurement of national income and the construction of social accounts* (a cura di R. Stone), Geneva, 1947.
- ID., *National income statistics 1938-1947* (a cura di J. B. D. Derksen), New York, 1948.
- VERGOTTINI (DE) M., *La produzione di frumento in Italia secondo le zone agrarie (1935-1936)* (« A. S. », serie VII, vol. III-IV).
- VINCENT A., *Initiation à la conjoncture économique*, Presses Universitaires, Paris, 1947.
- VINCI F., *Il reddito del nostro paese nel 1938* (« Rivista italiana di scienze economiche », 1943).
- ID., *Breve introduzione all'economia*, U. P. E. B., Bologna, 2ª ed., 1949.

Sez. III. — Reddito e ricchezza.

- BENEDEUCE A., *Capitali sottratti all'Italia dall'emigrazione per l'Estero* (« G. d. E. », 1904-II, p. 506-518).
- ID., *Capitali personali e valore economico degli emigranti* (« G. d. E. », 1905-II, p. 33-44).
- BENINI R., *Ancora sul coefficiente pel calcolo della ricchezza privata* (« G. d. E. », 1910-II, p. 545-563).
- BRESCIANI TURRONI C., *Nota sulla correlazione tra redditi e patrimoni* (« G. d. E. », 1910-II, p. 310-319).
- CAMPION H., *Public and private property in Great Britain*, Oxford University Press, London, 1939.
- COLETTI F., *Il costo di produzione dell'uomo e il valore economico degli emigranti* (« G. d. E. », 1905-I, p. 260-291).
- DEGLI ESPINOSA A., *La ricchezza privata degli Italiani nel 1928* (« Metron », vol. VIII, n. 1-2, p. 291).
- ID., *La ricchezza privata di alcune nazioni* (« Economia », vol. V, 1930, p. 253).
- FELLNER F., *L'évaluation de la richesse nationale* (« B. I. I. S. », tome XIII, 2^{me} livr., p. 96).
- FOVILLE (DE) A., *La ricchezza in Francia e in altri paesi* (« G. d. E. », 1893-II, p. 1-42).
- ID., *Ce que c'est que la richesse d'un peuple et comment on peut la mesurer* (« B. I. I. S. », tome XIV, 3^{me} livr., p. 62).
- GINI C., *La determinazione della ricchezza e del reddito delle nazioni nel dopo-guerra e il loro confronto col periodo prebellico* (« B. I. I. S. », tome XXV, 3^{me} livr., p. 358).
- ID., *Sulle valutazioni della ricchezza nazionale* (« G. d. E. », 1919-II, p. 1-29).
- ID., *L'ammontare e la composizione della ricchezza delle nazioni*, Fratelli Bocca, Torino, 1914 (contiene ampie indicazioni bibliografiche).
- ID., *Quelques chiffres sur la richesse et les revenus nationaux de quinze états* (« Metron », vol. III, n. 1).
- ID., *Obiezioni economiche alle valutazioni della ricchezza nazionale* (« G. d. E. », 1946).
- ID., *Significato economico delle valutazioni della ricchezza nazionale* (« G. d. E. », 1946).
- LIVI L., *Un'indagine sulla dinamica dei redditi nella crisi della guerra e del dopo-guerra* (« Metron », vol. III, n. 3-4, p. 556).
- MAROI L., *La ricchezza pubblica italiana. Patrimonio e reddito degli Istituti di emissione, al 31 dicembre 1914*, Roma, Ceccherini, 1925.
- MELIADÒ L., *Il reddito privato degli Italiani nel 1928* (« Metron », vol. IX, n. 3-4, p. 323).
- MICHEL E., *Fortune privée immobilière (1936) et dette hypothécaire (1935)* (« J. S. S. P. », n. 10, ottobre 1937, p. 321).
- MORI K., *The Estimate of the National Wealth and Income of Japan Proper* (« B. I. I. S. », tome XXV, 2^{me} livr., p. 179).
- MORTARA G., *Intorno al calcolo della ricchezza privata dell'Italia* (« G. d. E. », 1909-I, p. 551-576).
- NITTI F. S., *La ricchezza dell'Italia*, Casa Editrice Nazionale Roux & Viarengo, 1905.

- PANTALEONI M., *Dell'ammontare probabile della ricchezza privata in Italia dal 1872 al 1889* (« G. d. E. », 1890-II, p. 139-177).
- PINGHINI C., *La ricchezza privata della provincia di Ferrara* (con prefazione di C. GINI) (Biblioteca del « Metron », serie B).
- PRINCIVALLE L., *Intorno al coefficiente per il calcolo della ricchezza privata in base alle denunce delle successioni* (« G. d. E. », 1911-II, p. 34-55, 294-332).
- SAVORGNIAN F., *La ripartizione regionale della ricchezza privata italiana* (« Metron », 1921, vol. I, n. 3).
- SCHINDLER F., *Das Volksvermögen Voralbergs* (Biblioteca del « Metron », serie B).
- STAMP J. C., *The National Capital* (« J. R. S. S. », vol. XCIV, 1931, p. 1).
- ID., *Methods used in different Countries for estimating National Income* (« J. R. S. S. », vol. XCVII, 1934, p. 423).
- ID., *British incomes and property*, King, London, 1916.
- ID., *The wealth and income of the chief powers*, ristampato nel volume *Studies in current problems in Finance and Government*, King, London, 2ª ediz., 1925.
- THAON DI REVEL P., *Il valore della proprietà fondiaria in Italia* (« Riv. del Catasto e dei Servizi tecnici erariali », 1938, n. 6).
- VERRIJN STUART, *La fortune et le revenu de la population néerlandaise* (« B. I. I. S. », tome XXV, 1er livr., p. 128).
- ZERBI T., *Appunti sul « costo monetario dell'uomo »* (« G. d. E. », 1932, p. 483-501).

Sez. IV. — Indici del reddito e del benessere.

- BACHI R., *Le fluttuazioni stagionali nella vita economica italiana* (Parte I) (« A. S. », serie V, vol. IX).
- BENINI R., *Il totalizzatore applicato agli indici del movimento economico* (« G. d. E. », 1892-I, p. 131-153).
- ID., *La semiologia economica a base statistica* (« G. d. E. », 1909-II, p. 303-318).
- BORTKIEWICZ (VON) L., *Les indices de la disparité des revenus* (« B. I. I. S. », tome XXV, 1er livr., p. 106 e 3me livr., p. 189).
- BOWLEY A. L., *L'étude des éléments statistiques les plus instructifs en vue des prévisions économiques à rassembler dans les principaux pays* (Résumé français) (« B. I. I. S. », tome XXIV, 2me livr., p. 229).
- BRAMBILLA F. e SAVINI M., *Contributo per la costruzione di un indice di attività economica*, Istituto per gli Studi di Economia, Milano, 1948.
- BRESCIANI TURRONI C., *Considerazioni sui « barometri » economici* (« G. d. E. », 1928-I-26, p. 361-393, 579-619).
- ID., *Le previsioni economiche* (« N. C. E. », vol. VI).
- COLETTI F., *Dell'indice unico. Studio di semiologia economica* (« G. d. E. », 1903-I, p. 112-137, 202-212).
- GINI C., *Indici e barometri economici in Italia* (« B. I. I. S. », tome XXIV, 2me livr., p. 240).
- GOLZIO S., *Sul movimento dei prezzi all'ingrosso dal 1921 al 1930* (« R. S. », vol. XLIV, p. 97).
- JUGLAR C., *Quels sont les signes caractéristiques de l'état économique, social et moral des sociétés humaines dans les divers pays?* (« B. I. I. S. », tome XIII, 4me livr., p. 3).

- LENTI L., *Analisi di statistica economica*, Aracne, Milano, 1934.
- LUZZATTO FEGIZ P., *Lo spettacolo in Italia - 1936*, Società Italiana Autori ed Editori, Roma, 1937 (Altri volumi contengono i dati per il 1937, 1938 e 1939).
- MOLINARI A., *I numeri indici del costo della vita in Italia* (« R. S. », vol. XXXV, serie III, p. 10).
- MORTARA G., *Numeri indici delle condizioni economiche dell'Italia* (« G. d. E. », 1913-II, p. 193-204).
- ID., *Numeri indici dello stato e del progresso economico delle regioni italiane* (« G. d. E. », 1913-II, p. 17-29).
- ID., *Sintomi statistici delle condizioni economiche d'Italia* (« G. d. E. », 1914-I, p. 81-108).
- ID., *La semeiotica economica nell'opera di Maffeo Pantaleoni* (« G. d. E. », 1925, p. 215-223).
- NEUMANN-SPALLART (VON) F., *Mesure des variations de l'état économique et social des peuples* (« B. I. I. S. », tome II, 1^{er} livr., p. 150).
- NICEFORO A., *Les indices numériques de la civilisation et du progrès*, Flammarion, Paris, 1921.
- ID., *Kultur und Fortschritt im Spiegel der Zahlen*, Leipzig, 1930.
- ID., *Sulle pretese « cause » della civiltà e del progresso e sul « fattore precipuo » della dinamica sociale. Uno sguardo a vecchie e nuove teorie* (« Rivista internazionale della protezione sociale », 1948).
- PANTALEONI M., *Delle regioni d'Italia in ordine alla loro ricchezza ed al loro carico tributario* (« G. d. E. », 1891-I, p. 48-88).
- ID., *Studi di finanza e di statistica*, Zanichelli, Bologna, 1938.
- PASSERINI O., *Podere e famiglia. Loro rapporti economici nella colonia parziaria delle Venezie* (« Osservat. di Econ. agraria per le Tre Venezie », Verona, 1935).
- PERSONS W. M., *L'étude des éléments statistiques les plus instructifs en vue des prévisions économiques à rassembler dans les principaux pays* (« B. I. I. S. », tome XXIV, 2^{me} livr., p. 283).
- SAVORGAN F., *La ripartizione regionale della ricchezza privata italiana* (« Metron », vol. I, n. 3, p. 100).
- SOCIÉTÉ DES NATIONS, *Industrialisation et commerce extérieur*, Genève, 1945.
- TAGLIACARNE G., *Per un dizionario di semiologia economica. I matrimoni* (« G. d. E. », 1929, p. 978-993).
- TIVARONI J., *Contribuzioni e reddito dei privati in Italia dalla proclamazione del Regno (1861) ai nostri giorni* (« Metron », vol. VI, n. 2, p. 137).
- WAGEMANN E., *Grundsätzliches zum Problem der Konjunkturprognose* (« B. I. I. S. », tome XXIV, 2^{me} livr., p. 322).

Cap. IV. — LA DISTRIBUZIONE DEL REDDITO.

Sez. I. — *La distribuzione in generale.* — Sez. III. — *La curva dei redditi.*

- AMATO V., *Sulla misura della concentrazione dei redditi* (« Rivista italiana di demografia e statistica », 1948).
- AMOROSO L., *La distribuzione della ricchezza come fenomeno di diffusione* (« G. d. E. », 1912-II, p. 216, 232).

- AMOROSO L., *Ricerche intorno alla curva dei redditi* (« Annali di matematica pura e applicata », serie IV, tomo II).
- BENEDEUCE A., *Sulla curva di distribuzione dei redditi* (« G. d. E. », 1909-I, p. 577-586).
- BENINI R., *Di alcune curve descritte da fenomeni economici aventi relazione colla curva del reddito o con quella del patrimonio* (« G. d. E. », 1897-I, p. 177-214).
- BOISSEVAIN C. H., *Distribution of abilities depending upon two or more independent factors* (« Metron », vol. XIII, n. 4, 1939, p. 49).
- BORTKIEWICZ (VON) L., *Die Disparitätsmasse der Einkommensstatistik* (« B. I. I. S. », tome XXV, 3^{me} livr., p. 189).
- BRESCIANI TURRONI C., *Dell'influenza delle condizioni economiche sulla forma della curva dei redditi* (« G. d. E. », 1905-II, p. 115-138).
- ID., *La distribuzione della ricchezza fra regioni industriali e regioni agricole in alcuni Stati* (« G. d. E. », 1906-I, p. 229-243).
- ID., *Sull'interpretazione e comparazione di seriazioni di redditi e di patrimoni* (« G. d. E. », 1907, p. 13-47).
- ID., *Nota sulla correlazione tra redditi e patrimoni* (« G. d. E. », 1910-II, p. 310-319).
- ID., *Su alcune discordanze tra gli indici misuratori della disuguaglianza dei redditi* (« G. d. E. », 1936, p. 608-616).
- ID., *Annual Survey of Statistical Data: Pareto's Law and the Index of Inequality of Incomes* (« Econometrica », vol. VII, n. 2, aprile 1939, p. 107).
- BROOKINGS (THE) INSTITUTION: (I) *America's capacity to produce*; (II) *America's capacity to consume*; (III) *The formation of capital*; (IV) *Income and economic progress*, The Brookings Institution, Washington, 1934-35.
- CANTELLI F. P., *Sulla legge di distribuzione dei redditi* (« G. d. E. », 1929, p. 850-852).
- CONNOR L. R., *On certain aspects of the Distribution of Income in the United Kingdom in 1913 and 1924* (« J. R. S. S. », vol. XCI, 1928, p. 50).
- CONTENTO A., *Sulla ripartizione territoriale della ricchezza privata in Italia* (« G. d. E. », 1914-I, p. 479-506).
- ID., *Sull'evasione nelle trasmissioni gratuite mobiliari. Nuove ricerche sulla ripartizione regionale della ricchezza privata in Italia* (« G. d. E. », 1916-II, p. 542-566; 1917-I, p. 71-101, 251-276).
- CRUM W. L., *The national Income and its distribution* (« J. A. S. A. », vol. XXX, n. 189, p. 35).
- D'ADDARIO R., *Intorno alla validità dei due teoremi paretiani sulla dinamica distributiva* (Estr. « Atti Istituto Nazionale Assicurazioni », Roma, 1934).
- ID., *Sulla misura della concentrazione dei redditi*, Roma, 1934.
- ID., *Sulla rappresentazione analitica delle curve di frequenza*, Macri, Bari, 1936.
- ID., *La curva dei redditi: sulla determinazione numerica dei parametri della seconda equazione paretiana* (« A. I. S. U. B. », vol. XII, 1939).
- ID., *Ricerche sulla curva dei redditi* (« G. d. E. », 1949).
- DALTON H., *Some aspects of the inequality of incomes in modern communities*, Routledge, London, 4^a ed., 1935.
- DAVIS T., *The significance of the curve of income*, nel Rapporto 1938 della Cowles Commission, Bloomington (Ind.).

- DE MEO G., *Distribuzione della ricchezza e composizione demografica in alcune città dell'Italia Meridionale alla metà del secolo XVIII* (« A. S. », serie VI, vol. IX).
- EDGEWORTH F. Y., *La curva delle entrate e la curva di probabilità* (« G. d. E. », 1897-I, p. 215-218).
- ID., *Sui metodi per accertare e misurare le variazioni del valore della moneta* (« B. d. E. », Utet, 1922).
- FRECHET M., *Sur les formules de répartition des revenus* (« R. I. I. S. », 7^{me} année, 1^{er} livr., 1939).
- ID., *Nouveaux essais d'explication de la répartition des revenus* (« Revue de l' I. I. S. », 1945).
- FURLAN L. V., *Note sulla curva paretiana dei redditi* (« G. d. E. », 1909-I, p. 695-701).
- GEORGE R. F., *A New Calculation of the Poverty Line* (« J. R. S. S. », vol. C, 1937, p. 74).
- GIACCARDI F., *Sulla curva dei redditi*, « G. d. E. », gennaio-febbraio 1949.
- GINI C., *Intorno alle curve di concentrazione* (« B. I. I. S. », tome XXVI, 2^{me} livr., p. 423).
- GOLZIO S., *Reddito, età professione. Contributo statistico allo studio della distribuzione dei redditi* (« Economia », vol. V, 1939).
- JULIN A., *Résultats principaux d'une enquête sur les budgets d'ouvriers et d'employés en Belgique* (« R. I. I. S. », 2^{me} année, 1934, p. 56).
- KIAËR A. N., *Documents concernant la statistique internationale de la répartition des revenus privés* (« B. I. I. S. », tome XIX, 2^{me} livr., p. 102).
- ID., *Répartition sociale des revenus* (« B. I. I. S. », tome XIX, 3^{me} livr., p. 119).
- MACGREGOR D. H., *Pareto's Law* (« Economic Journal », 1936).
- MEDOLAGHI P., *Sulla stabilità della curva di distribuzione dei redditi* (« S. S. N. P. S. E. », 1940).
- MORTARA G., *Note di economia induttiva. Sulla distribuzione dei redditi* (« G. d. E. », 1911-I, p. 455-471, 640).
- ID., *Sulle disuguaglianze statistiche* (« R. I. I. S. », 1934, I).
- PARETO V., *La curva delle entrate e le osservazioni dell'Edgeworth* (« G. d. E. », 1896-II, p. 439-448).
- ID., *Aggiunta allo studio sulla curva delle entrate* (« G. d. E. », 1897-I, p. 15-26).
- ID., *Ultima risposta al prof. Edgeworth* (« G. d. E. », 1897-I, p. 219-220).
- ID., *Manuel d'économie politique*, Giard et Brière, Paris, 1909.
- RICCI U., *L'indice di variabilità e la curva dei redditi* (« G. d. E. », 1916-II, p. 177-228).
- ID., *Elasticità dei bisogni, della domanda e dell'offerta* (« G. d. E. », 1924, p. 413-431, n. 509-531).
- ROSSI B., *Nuove applicazioni del metodo di traslazione allo studio dei fatti sociali* (« G. d. E. », 1937, p. 338-353).
- SCHMOLLER, *Die Einkommensverteilung in alter und neuer Zeit* (« B. I. I. S. », tome IX, 2^{me} livr., p. 1).
- SHIRRAS G. FINDLAY, *The Pareto law and the distribution of income* (« The Economic Journal », vol. XLV, dicembre 1935).
- STAEHLE H., *Short-period variations in the distribution of incomes* (« R. E. S. », vol. XIX, n. 3, agosto 1937).

- STAMP J., *The influence of the Price Level on the higher Incomes* (« J. R. S. S. », vol. XCIX, 1936, p. 627).
- SWEETZ M. Y., *Distribution of wealth and income under the Nazis* (« Review of Economic Statistics », 1939).
- VERGOTTINI (DE) M., *Concentrazione individuale e distribuzione territoriale del reddito e della ricchezza* (« Statistica economica », vol. IV, parte I: Trattato elementare di statistica, Milano, 1935).
- ID., *Statistica economica. La distribuzione dei redditi e dei patrimoni*, Crisafulli, Catania, 1943.
- VINCI F., *Nuovi contributi allo studio della distribuzione dei redditi* (« G. d. E. », 1921, p. 365-369).
- ID., *Calcolo delle probabilità e distribuzione dei redditi nel pensiero di Pareto* (« G. d. E. », 1924, p. 127-129).
- ID., *Recenti vedute sulla legge di distribuzione dei redditi* (« Problemi di finanza fascista », Zanichelli, Bologna, 1937).
- WAGNER A., *Statistik des Volks- oder Nationaleinkommens und Vermögens (Grösse, Arten, Verteilung) besonders mit Verwertung der Steuerstatistik* (« B. I. I. S. », tome XIV, 3^{me} livr., p. 1).

Sez. II. - I tributi.

- Il carico tributario delle società per azioni* (« Quaderni dell'Associazione fra le società italiane per azioni », VI).
- BARNA T., *Redistribution of incomes through public finance in 1937*, Clarendon, Oxford, 1945.
- BARONE E., *I redditi e la pressione tributaria* (« G. d. E. », 1912-I, p. 316-353).
- BENINI R., *A proposito del contingente di studio nel nuovo ordinamento tributario italiano* (« Rivista di diritto finanziario e scienza delle finanze », anno I, n. 4, dicembre 1937).
- BOLDRINI M., *Capacità contributiva e gravame fiscale di alcuni Stati* (« Metron », vol. V, n. 3, p. 121).
- BORGATTA G., *Per una inchiesta intorno alla pressione fiscale sulle industrie italiane* (« Rivista delle Società commerciali », fasc. 3^o, Associaz. fra le società italiane per azioni, Roma, 1914).
- ID., *La pressione fiscale e il problema del pareggio* (« G. d. E. », 1922, p. 537-561).
- ID., *La pressione fiscale sulle imprese societarie* (« R. B. », 1939).
- ID., *Appunti di scienza della finanza e diritto finanziario*, Giuffrè, Milano, 1935.
- BORGATTA, SELIGMAN, STAMP e WICKSELL, *Finanza*, vol. IX (« N. C. E. », Utet, 1934).
- CARADOG JONES D., *Pre-War and Post-War Taxation* (« J. R. S. S. », vol. XC, 1927, p. 685).
- COSCIANI C., *La pressione tributaria legale delle imposte dirette nel 1947* (« Congiuntura economica », 1947).
- COSTANZO A., *Il problema della giustizia tributaria alla luce dell'indagine statistica*, nel volume collettivo *Studi di statistica demografica ed economica*, Unione Arti Grafiche, Città di Castello, 1944.
- D'ALBERGO E., *Della sensibilità delle imposte in rapporto alle fluttuazioni economiche* (« R. S. », vol. XLI, 1934, p. 532).

- D'ALBERGO E., *Discriminazione delle spese pubbliche indivisibili ed elisione delle «rendite di protezione»* («Circolo Giuridico della R. Università», Siena, 1937).
- ID., *La determinazione della «risultante» del Barone e i dati del problema finanziario* («Il Giornale economico», anno XV, 1937, fasc. 7-8).
- ID., *Il problema finanziario e le nuove teorie economiche* («G. d. E.» ed «Annali di Economia», marzo-aprile 1939, p. 205).
- EINAUDI L., *Principii di scienza della finanza*, 3^a ed., G. Einaudi, Torino, 1945.
- FISHER I., *Income in theory and income taxation in practice* («Econometrica», vol. V, n. 1, gennaio 1937).
- GRIZIOTTI B., *La pressione tributaria sulle società per azioni in Italia* («G. d. E.», 1916-II, p. 327-341).
- ID., *Incidenza e pressione dei tributi sulle società per azioni* («G. d. E.», 1917-II, p. 409-454).
- KALDOR N., *The Beveridge Report. The financial burden* («Economic Journal», 1943).
- LUZZATTO FEGIZ P., *Natalità e tributi* («Atti della III Riunione della Società italiana di demografia e statistica», Firenze, 1939).
- NEYMARCK A. e MORON C., *La statistique internationale comparée des charges fiscales qui pèsent en divers pays sur les commerçants et les industriels* («B. I. I. S.», tome XIV, 2^{me} livr., p. 82).
- PANTALEONI M., *Delle regioni d'Italia in ordine alla loro ricchezza ed al loro carico tributario* («G. d. E.», 1891-I, p. 48-88).
- ID., *L'identità della pressione teorica di qualunque imposta a parità di ammon-tare e la sua semiotica* («G. d. E.», 1910-I, p. 293-324).
- ID., *Studi di finanza e di statistica*, Zanichelli, Bologna, 1938.
- REPACI F. A., *Finanze dello Stato, delle amministrazioni autonome ed enti autar-chici* («Trattato elementare di statistica», vol. IV e V, Milano, 1934).
- ID., *La finanza italiana nel ventennio 1913-1932*, G. Einaudi, Torino, 1936.
- ID., *La finanza dei comuni, delle provincie e degli enti corporativi*, Einaudi, Torino, 1936.
- ID., *La gestione della tesoreria dello Stato durante la guerra* («Rivista di Politica Economica», 1947).
- ROSSI E., *Le entrate e le spese effettive dello Stato dal 1922-1923 al 1927-1928* («R. S.», vol. XL, serie III, p. 330).
- SANDRAL D. M., *The Taxation of various Classes of the People* («J. R. S. S.», vol. XCIV, 1931, p. 83).
- SHIRRAS G. F. e ROSTAS L., *The burden of British taxation*, University Press, Cambridge, 1942.
- SOMERS A. M., *Public finances and national income*, Blakiston, Philadelphia-Toronto, 1949.
- STAMP J., *Wealth and taxable capacity*, King, London, 1930.
- STATISTISCHES REICHSAMT, *Die Steuerliche Belastung des Haushaltsbedarfs durch Verbrauchsabgaben und Zölle*, Reimar Hobbing, Berlin, 1932.
- STERN E. H., *Public expenditure in the national income* («Economica», 1943-1944).
- STEVE S., *Il sistema tributario e le sue prospettive*, Rizzoli, Milano, 1947.
- TIVARONI J., *La pressione tributaria in Italia attraverso il tempo* («Trattato elementare di statistica», vol. IV e V, Milano, 1933).

- TIVARONI J., *Influenza della spesa pubblica sulla ripartizione e sulla distribuzione dei redditi* (« G. d. E. », 1935, p. 488-504).
- VACHER L., *Du poids comparatif des charges fiscales qui pèsent sur la propriété immobilière et sur les valeurs mobilières en France* (« B. I. I. S. », tome XIII, 2^{me} livr., p. 341).

Cap. V. — L'UTILIZZAZIONE DEL REDDITO.

Sez. I. — I consumi.

- Atti del VII Convegno Volta su « Lo stato attuale delle conoscenze sulla nutrizione »*, R. Accademia d'Italia, Roma, 1938.
- BALESTRINI M., *I consumi alimentari della popolazione italiana dal 1910 al 1921* (con prefazione di Corrado Gini) (Biblioteca del « Metron », serie B).
- BARBERI B., *Indagine statistica sulle disponibilità alimentari della popolazione italiana dal 1922 al 1937* (« A. S. », serie VII, vol. III-IV).
- ID., *Disponibilità alimentari dell'Italia dal 1910 al 1947*, Poligrafico dello Stato, Roma, 1948.
- Consumption of citrus fruits and related products in Baltimore and St. Louis* (« Consumers Counsel Division, Agricultural Adjustment Administration, U. S. Department of Agriculture », June, 1938).
- DEWHURST J. F. e altri, *America's needs and resources*, Twentieth Century Fund, New York, 1947.
- ECONOMIC COMMISSION FOR EUROPE (U. N.), *Economic survey of Europe in 1949*, Geneva, 1950.
- INSTITUT INTERNATIONAL D'AGRICULTURE, *Denrées et matières premières agricoles. Production et consommation dans les différentes parties du monde 1934-1938*, Rome, 1942.
- LEAGUE OF NATIONS, ECONOMIC COMMITTEE, *Preliminary investigation into measures of a national or international character for raising the standard of living*.
- MATSUDA T., *The Family Budget Enquiry in Japan (1926-1927)* (« B. I. I. S. », tome XXV, 2^{me} livr., p. 265).
- MONTEMARTINI G., *La definizione economico-sociale del risparmio* (« G. d. E. », 1893-II, p. 257-269).
- PIETRA G. e GIUFFRIDA V., *Provital. — Approvvigionamenti alimentari d'Italia durante la grande guerra 1914-1918*, Padova, Cedam, 1936.
- RETTI MARSANI S., *Un indice dei consumi alimentari* (« La vita economica italiana », anno XIII, serie II, fasc. 3^o, 1938).
- RICCI U., *L'offerta del risparmio* (« G. d. E. », 1926, p. 73-101, 117-147).
- ROBBA T., *Indagini sul consumo della carne a Trieste* (« B. I. S. E. U. T. », 1930, p. 1).
- ROULLEAU M., *Vitesse de circulation de diverses formes du « stock » monétaire* (« J. S. S. P. », n. 4, aprile 1937, p. 115).
- SOCIÉTÉ DES NATIONS, *Rapport définitif du comité mixte. — L'alimentation dans ses rapports avec l'hygiène, l'agriculture et la politique économique*, Genève, 1937.
- ZINGALI G., *La bilancia alimentare prebellica, bellica e postbellica di alcuni Stati d'Europa* (« G. d. E. », 1925, p. 517-532).

Sez. II. — Lo studio analitico dei consumi.

- ALLEN R. G. D. e BOWLEY A. L., *Family expenditure*, King, London, 1935.
An international survey of recent family living studies (« International Labour Review », 1939).
- BIGWOOD E. J., *Directives pour les enquêtes sur la nutrition des populations*, Société des Nations, Genève, 1939.
- B. I. T., *Le standard de vie des travailleurs*, Genève, 1938.
- BLIND A., *Die « richtige » Berechnung der Einnahmen- und der Ausgabenanteile in der Statistik über Haushaltsrechnungen* (« J. N. Ö. S. », vol. CXXXVI, serie III, 81 vol., 1932, p. 574).
- BRESCIANI TURRONI C., *Il rapporto tra pigione e reddito secondo alcune recenti statistiche* (« G. d. E. », 1906-II, p. 31-56).
- CARADOG JONES D., *Cost of Living of a Sample of Middle-class Families* (« J. R. S. S. », vol. XCI, 1928, p. 463).
- DEL VECCHIO G., *Relazione tra entrata e consumo* (« G. d. E. », 1912-I, 111-142, 228-254, 389-439).
- ID., *Ricerche sopra l'entrata e la spesa di famiglie operaie a Trieste* (« Bollettino dell'Ufficio del lavoro e della statistica », anno XLVII [1922], n. 4).
- ENGEL E., *Die Lebenskosten belgischer Arbeiter-Familien früher und jetzt* (« B. I. I. S. », tome IX, 1^{er} livr., p. 1).
- FRANCIOŠA L., *Bilanci e consumi delle famiglie agricole* (« R. S. », vol. XLI, 1934, p. 574).
- GEORGE R. F., *A New Calculation of the Poverty Line* (« J. R. S. S. », vol. C, 1937, p. 74).
- GIUSTI U., *Aspetti di vita rurale* (Relazione finale Istituto Nazionale di Economia ed Agraria, Roma, 1939).
- GREGG LEWIS H. e DOUGLAS P. H., *Some Problems in the Measurement of Income Elasticities* (« Econometrica », vol. VII, n. 3, luglio 1939, p. 208).
- KAUTSKY B., *Die Haushaltstatistik der wiener Arbeiterkammer 1925-1934*, E. J. Brill, Leiden, 1937.
- LEVEN M., MOULTON H. G., WARBURTON C., *America's capacity to consume*, The Brookings Institution, Washington, 1934.
- LIVI L., *Una inchiesta sui bilanci di famiglie borghesi* (« Metron », vol. I, n. 4, p. 161).
- LUZZATTO FEGIZ P. P., *Nuove ricerche sui bilanci familiari* (« G. d. E. », 1946).
- ID., *Alimentazione e prezzi in tempo di guerra* (« Annali Triestini », vol. XVIII).
- RUBIN M., *Consommation de familles d'ouvriers danois* (« B. I. I. S. », tome XIII, 3^{me} livr., p. 21).
- STAEHLE H., *International comparisons of food costs* (« Internat. Comparisons of Cost of Living: Studies and Reports I. L. O », serie N, n. 20).
- ID., *Annual Survey of Statistical Information: Family Budgets* (« Econometrica », ottobre 1934 e gennaio 1935). (Contiene un quadro sinottico delle principali inchieste sui bilanci familiari eseguite fra il 1917 ed il 1932).
- WARBURTON C., *How the national income was spent (1919-1929)* (« J. A. S. A. », vol. XXX, n. 189 A, p. 175).
- WOODBURY R. M., *Methods of family living studies*, I. L. O., Geneva, 1940.
- ZIMMERMANN C. C., *Consumption and standards of living*, Williams, London, 1936.

Sez. III. - *Le curve di domanda.*

- AMOROSO L., *Intorno alla determinazione empirica delle leggi della domanda e della offerta* (« G. d. E. », 1930, p. 941-944).
- BORDIN A., *La legge della domanda dal punto di vista della statica e della dinamica* (« G. d. E. », 1930, p. 421-471).
- BRAMBILLA F., *Curva di domanda di consumi alimentari secondo l'esperienza italiana 1928-1938*, Istituto per gli Studi di Economia, Milano, 1948.
- DOMINEDÒ V., *Considerazioni intorno alla teoria della domanda: I, Rilievi critici sulla determinazione del prezzo* (« G. d. E. », 1933, p. 30-48).
- ID., *Considerazioni intorno alla teoria della domanda: II, Le principali premesse e caratteristiche delle curve statiche* (« G. d. E. », 1933, p. 765-807).
- ID., *Ancora in tema di curve di domanda* (« G. d. E. », 1934, p. 115-116).
- FANNO M., *Correlazioni fra prezzi e curve statistiche di domanda e offerta* (« R. I. S. E. F. », anno IV, 1932, pag. 223).
- FICK F., *Mathematische Beziehung zwischen Gütermenge und Preis* (« J. N. Ö. S. », vol. CXXXIX, serie III, 84 vol., 1933, p. 161).
- FOÀ B., *In tema di curve di domanda* (« G. d. E. », 1933, p. 571-579).
- GINI C., *Prezzi e consumi* (« G. d. E. », 1910-I, p. 99-114, 235-249).
- GIRSHICK M. A. e HAAVELMO T., *Statistical analysis of the demand for food* (« Econometrica », 1947).
- GRASSER-RESCHITZ B., *Note sul mercato del pesce fresco in Italia* (« G. d. E. », 1937, p. 178-183).
- LEWIS H. G., *A statistical analysis of the demand for steel*, United States Steel Corporation, New York, 1940.
- MASCI G., *Sulla determinazione statistica della curva di domanda* (« R. I. S. E. F. », anno IV, 1932, p. 476).
- MOORE H. L., *Synthetic economics*, Macmillan, New York, 1929.
- MORICE E., *Loi de la demande d'un service monopolisé* (« Econometrica », vol. VI, 1938, p. 291).
- PARETO V., *La legge della domanda* (« G. d. E. », 1895-I, p. 58-59).
- ROOS C. F., *Dynamic economics. - Theoretical and statistical studies of demand, production and prices*, Bloomington (Ind.), 1934.
- ROOS C. F. e SZELISKI V., *The concept of demand and Price Elasticity. The dynamics of automobile demand* (« J. A. S. A. », vol. XXXIV, n. 208).
- ROQUET LA GARRIGUE V., *Les problèmes de la corrélation et de l'élasticité. - Etude théorique autour de la loi de King*, Hermann, Paris, 1948.
- ROY R., *La demande dans ses rapports avec la répartition des revenus* (« Metron », vol. VIII, n. 3, p. 101).
- SCHULTZ H., *Statistical laws of demands and supply*, Chicago, 1928.
- ID., *The theory and measurement of demand*, Chicago, 1938.
- SHEPHERD G., *Vertical and Horizontal Shifts in Demand Curves* (« Econometrica », vol. IV, 1936, p. 361).
- STIGLER G. J., *The limitations of statistical demand curves* (« J. A. S. A. », 1939).
- TOBIN J., *A statistical demand function for food in the USA*. « J. R. S. S. », Series A, vol. CXIII, parte II (1950), p. 113-149.
- WOLFF (DE) P., *The Demand for Passenger cars in the United States* (« Econometrica », vol. VI, 1938, p. 113).

Cap. VI. — RISPARMIO E DINAMICA ECONOMICA.

- AMERICAN ECONOMIC ASSOCIATION, *Readings in business cycle theory*, Blakiston, Philadelphia-Toronto, 1944 (contiene ampia bibliografia).
- AMOROSO L., *Equazione differenziale della domanda e teoria matematica delle crisi economiche* (« G. d. E. », 1931, p. 39-40).
- ID., *La dinamica dei redditi* (« Riv. ital. di scienze economiche », ottobre 1938).
- ANDERSON O., *Zur Problematik der empirisch-statistischen Konjunkturforschung, kritische Betrachtung der Harvard-Methoden*, Heft 1.
- ID., *Die Korrelationsrechnung in der Konjunkturforschung. Ein Betrag zur Analyse von Zeitreihen*, Heft 4. (Voröffentlichungen der Frankfurter Gesellschaft für Konjunkturforschung).
- BERTILLON J., *Statistique des successions en France et à l'étranger* (« B. I. I. S. » tome XIX, 3^{me} livr., p. 369).
- BOWLEY A. L., *L'étude des éléments statistiques les plus instructifs en vue des prévisions économiques à rassembler dans les principaux pays* (« B. I. I. S. », tome XXIV, 2^{me} livr., p. 220).
- BURNS A. F. e MITCHELL W. C., *Measuring business cycles*, N. B. E. R., New York, 1946.
- CHUDSON W. A., *The pattern of corporate financial structure. — A cross-section view of manufacturing, mining, trade and construction, 1937*, N. B. E. R. New York, 1945.
- CIANCI E., *Dinamica dei prezzi delle merci in Italia dal 1870 al 1929* (« A. S. », serie VI, vol. XX).
- ID., *La dinamica dei prezzi* (« Trattato elementare di statistica », vol. IV e V, Giuffrè, Milano, 1933).
- DEMARIA G., *Le basi logiche dell'economia dinamica nel clima scientifico odierno* (« G. d. E. », ed « Annali di economia », n. 1-2, p. 51).
- ID., *Correlazioni economiche nel tempo* (« Rendiconti del Seminario matematico e fisico di Milano », vol. X, Milano, 1936).
- DE PIETRI TONELLI A., *Qualche relazione statistica fra andamento economico e andamento politico-finanziario nell'ultimo sessantennio* (« R. I. S. S. », anno XVII, 1934, serie III, vol. V, p. 56).
- DIVISIA F., *L'épargne et la richesse collective* (« Recueil Sirey », 1928).
- EDDY, *Security issues and real investment in 1929* (« Review of Economic Statistics », 1937).
- EZEKIEL M., *An annual estimate of savings by individuals* (« Review of Economic Statistics », 1937).
- ID., *Statistical investigation of saving, consumption and investment* (« American Economic Review », 1942).
- FELLNER W. J., *Monetary policies and full employment*, University of California, Berkeley, 2^a ed., 1947.
- FLOOD M., *Recursive methods in business cycle analysis* (« Econometrica », 1940).
- FULCHER G. S., *Annual saving and underspending of individuals 1926-1937* (« Review of Economic Statistics », 1941).
- GAMBINO A., *Risparmio e depositi bancari* (« R. B. », anno XIV, 1933, p. 739).
- GARINO CANINA A., *I cicli economici* (« R. S. », vol. XXXIX, sez. III, p. 550).

- GINI C., *I fattori demografici dell'evoluzione delle nazioni* (Biblioteca del « Metron », serie B).
- GLASS D. V., *Marriage frequency and economic fluctuations in England and Wales, 1851 to 1934*.
- GLANDAY ROY, *Long Period Economic Trends* (« J. R. S. S. », 1938, p. 511-552).
- HAAVELMO T., *The inadequacy of testing dynamic theory by comparing theoretical solutions and observed cycles* (« Econometrica », 1940).
- HABERLER (VON) G., *Prosperité et dépression. Etude théorique des cycles économiques*, Genève, Société des Nations, 3^{me} éd., 1946.
- HALL R. L. e HITCH C. J., *Price theory and business behaviour*, « Oxford Economic Papers », n. 2, p. 12-45.
- HANSEN A. H., *Monetary theory and fiscal policy*, McGraw-Hill, New York, 1949.
- HICKS J. R., *A contribution to the theory of the trade cycle*, Oxford, Clarendon Press, 1950.
- HUMÉRY M., *Statistique et Capitalisation* (« J. S. S. P. », maggio 1939, p. 100).
- JACOBS A. e RICHTER H., *Die Grosshandelspreise in Deutschland von 1792 bis 1934* (« Institut für Konjunkturforschung »).
- JANNACCONE P., *Prezzi e mercati*, G. Einaudi, Torino, 1936.
- KEISER G. e BENNING B., *Kapitalbildung und Investitionen in der deutschen Volkswirtschaft 1924 bis 1928*, fascicolo speciale n. 22 dei « Vierteljahrshefte zur Konjunkturforschung », Berlin, 1931.
- KEYNES J. M., *The general theory of employment interest and money*, Macmillan, London, 1936. (Traduzione italiana, Utet, Torino, 1947).
- KLEIN R. L., *Pitfalls in statistical determination of investment schedule* (« Econometrica », 1943).
- ID., *The use of econometric models as a guide to economic policy* (« Econometrica », 1947).
- KOCH A. R., *The financing of large corporations 1920-1939*, N. B. E. R., New York, 1943.
- Konjunkturschwankungen im Reichsbahnverkehr*. Bearbeitet in der Hauptverwaltung der deutschen Reichsbahn in Verbindung mit dem Institut für Konjunkturforschung (1936).
- KUZNETS S., *National income and capital formation 1919-1935*, N. B. E. R. New York, 1937.
- LASORSA G., *Sulle variazioni stagionali dei fenomeni economici* (« Economia », vol. XIV, 1934, p. 3).
- LENTI L., *Analisi di statistica economica*, Aracne, 1934.
- LESCURE J., *Des crises générales et périodiques de surproduction*.
- LIVI L., *La previsione delle crisi e la disciplina dell'attività produttiva* (« Scuola di Statistica della R. Università di Firenze », 1934).
- LORENZ P., *Der Trend*, Sonderheft 21 der Vierteljahrshefte zur Konjunkturforschung.
- MACHLUP F., *The stock market, credit and capital formation*, Hodge, London, 1940.
- MASCI G., *Metodi statistici per lo studio dell'equilibrio generale dinamico* (« Economia », vol. IX, 1932, p. 375).
- MENDERSHAUSEN H., *Annual survey of statistical technique. — Methods of computing and eliminating changing seasonal fluctuations* (« Econometrica », 1937).

- MERWIN C. L., *Financing small corporations in five manufacturing industries 1926-1936*, N. B. E. R., New York, 1942.
- METZLER L. A. e altri, *Income, employment and public policy*, Norton, New York, 1948.
- MILLS F. C., *Economic tendencies in the United States*, N. B. E. R., New York, 1932.
- ID., *Price-quantity interactions in business cycles*, N. B. E. R., New York, 1946.
- ID., *Prices in recession and recovery*, New York, N. B. E. R., 1936.
- ID., *The structure of postwar prices*. Occasional Paper n. 27, New York, N. B. E. R., luglio 1948, p. 66.
- MORTARA G., MITCHELL W. C., WAGEMANN E., BRESCIANI TURRONI C., *Cicli economici* (« N. C. E. », vol. VI, Utet, Torino, 1932).
- MOULTON H. G., *Income and economic progress* (« The Brookings Institution », Washington, 1935).
- ID., *The formation of capital* (« The Brookings Institution », Washington, 1935).
- PEARSON K. e EDDERTON E. M., *On the Variate Difference Method*.
- PEARSONS W. M., *L'étude des éléments statistiques les plus instructifs en vue des prévisions économiques à rassembler dans les principaux pays* (« B. I. I. S. », tome XXIV, 2^{me} livr., p. 283).
- RADICE E. A., *A dynamic scheme for the British trade cycle 1929-1937* (« Econometrica », 1939).
- SCHUMPETER J., *Business cycles*, McGraw-Hill, New York, 1939.
- SENSINI G., *Considerazioni intorno alle « leggi di capitalizzazione » ed al frutto del risparmio* (« R. B. », anno XV, p. 641).
- SLUTZKY R., *The Summation of Random Causes as the Source of Cyclic Processes* (« Econometrica », vol. V, 1937, p. 105).
- SMITHIES A., LIVINGSTON S. M. e MOSAK J. L., *Forecasting postwar demand* (« Econometrica », 1945).
- SOCIÉTÉ DES NATIONS, *Statistiques relatives à la formation des capitaux. — Note sur les méthodes par le comité d'experts statisticiens*, Genève, 1938.
- STAMP J., *The Influence of the Price Level on the higher Incomes* (« J. R. S. S. », vol. XCIX, 1936, p. 627).
- STEFANI (DE) A., *La dinamica patrimoniale nell'odierna economia capitalistica*, La Litotipo, Padova, 1921.
- TENDERINI D., *Analisi sui prezzi in Italia, dal 1901 al 1932* (Collana Ca' Foscari, Cedam, Padova, 1936).
- TINBERGEN J., *An econometric approach to business-cycle problems*, Hermann, Paris, 1937.
- ID., *Statistical testing of business-cycle theories*, vol. I e II, League of Nations, Geneva, 1939.
- TINTNER G., *The analysis of economic time series* (« J. A. S. A. », 1949).
- TROMBETTI M., *Un fattore dei cicli economici: il credito. La miseria nell'abbondanza* (« R. B. », anno XV, p. 584).
- TUCKER R. S., *Estimates of savings of American families* (« Review of Economic Statistics », 1942).
- UNGERN-STERMBERG G., *Wirtschaftliche Konjunktur und Geburtenfrequenz* (« J. N. Ö. S. », vol. CXLV, 1937, p. 471).
- VIANELLI S., *Problemi di dinamica economica* (prefaz. di F. VINCI), Bologna, Cappelli, 1936.

Appendice A

- VIANELLI S., *Sullo studio delle distribuzioni statistiche nella dinamica economica* (« G. d. E. », ottobre 1938).
- ID., *A general dynamic demographic scheme and its application to Italy and the United States* (« Econometrica », vol. IV, 1936, p. 269).
- Vierteljahrshefte zur Konjunkturforschung* (« Institut für Konjunkturforschung », 1926 e segg.).
- VINCI F., *Manuale di Statistica*, vol. II, pag. 181-196, 229-267, Zanichelli, Bologna, 1934.
- ID., *Sui metodi di studio della dinamica economica* (« R. I. S. E. F. », anno IV, 1932, p. 238).
- ID., *Il barometro economico* (« R. I. S. E. F. », n. I, marzo 1932).
- ID., *Analisi economiche*, Zanichelli, Bologna, 1940.
- WAGEMANN E., *Grundsätzliches zum Problem der Konjunkturprognose* (« B. I. I. S. », tome XXIV, 2^{me} livr., p. 322).
- ID., *Struktur und Rhythmus der Weltwirtschaft*, Reimar Hobbing, Berlin, 1931.
- WARREN G. F. e PEARSON F. A., *Prices*, Wiley & Sons, New York, 1933.
- ID. ID., *World prices and the building industry*, New York, Wiley, 1937.

Le seguenti tesi di laurea, inedite, discusse nella R. Università di Trieste negli anni accademici indicati, sono state utilizzate per la compilazione di talune tavole:

- ABRAMI GUALTIERO, *Studi statistici sull'alimentazione ed il suo costo* (1934-35).
- DE SANTIS GUIDO, *Il reddito agrario netto della provincia di Trieste* (1938-39).
- SKUGOR ANTONIO, *Indici della ricchezza delle provincie d'Italia* (1937-38).
- RAVENNA LEA, *Studi statistici sui consumi alimentari* (1938-39).
- STICCO ARRIGO, *La determinazione del reddito agrario nella provincia dell'Istria* (1938-39).
- ISLER RODOLFO, *Il consumo del gas quale indice per lo studio della distribuzione dei redditi* (1935-36).
- ROMANO GAETANO, *Consumo di gas per usi domestici e distribuzione dei redditi, 1938* (1938-39).

APPENDICE B

GLOSSARIO DEI TERMINI TECNICI (1)

Analitico ($\alpha\nu\alpha\lambda\acute{o}\omega = scompongo$). Scomposto o avente lo scopo di scomporre; relativo all'analisi; in particolare, pertinente all'analisi infinitesimale.

Ascissa. In un sistema di *coordinate cartesiane* (V.) l'ascissa di un punto è la distanza fra il piede della perpendicolare del punto sull'asse X e l'origine.

Attuariale. Avente attinenza con la matematica finanziaria e assicurativa.

Bimodale, Curva. Dicesi di una curva statistica che presenti due mode (o norme).

Binomiali, Curve. Se si misurano sull'asse delle ascisse i numeri d'ordine dei termini dello sviluppo del binomio di Newton $(p + q)^n$ e sull'asse delle ordinate si portano i corrispondenti valori dei termini, si avrà una successione di ordinate, la congiungente dei cui estremi costituisce una linea poligonale, che chiamasi curva (empirica) binomiale, in quanto rappresenta la potenza di un binomio (vedi coefficienti binomiali).

Biometria ($\beta\acute{\iota}\omicron\varsigma = vita, \mu\acute{\epsilon}\tau\rho\omicron\nu = misura$). Scienza statistica dei fenomeni vitali.

Biometriche, Funzioni. Grandezze variabili col variare dell'età x , dedotte dalle tavole di mortalità. Fra le principali sono la *probabilità di morte* (q_x), la *probabilità di vita* (p_x), la *funzione di sopravvivenza* (l_x), la *speranza media di vita* (e_x^o), la *vita mediana* (π_x) ecc. (v. §§ 8-16).

Campione. Una frazione finita di una popolazione o universo.

Campione casuale stratificato. Se la popolazione da cui si vuol ottenere un campione è prima suddivisa in sottoclassi, il campione può essere ottenuto estraendo campioni casuali da ciascuna sottoclasse.

Non occorre che l'entità dei campioni sia proporzionale all'entità delle sottoclassi; ma se l'insieme dei campioni casuali deve essere usato allo scopo di stimare qualche caratteristica dell'intera popolazione, allora la ripartizione del campione complessivo fra i vari strati deve essere tale che sia

$$\frac{n_1}{N_1 \sigma_1^2} = \frac{n_2}{N_2 \sigma_2^2} = \dots = \frac{n_K}{N_K \sigma_K^2},$$

dove n_i è l'ampiezza del campione per la i -esima sottoclasse avente N_i casi e scostamento quadratico medio σ_i .

(1) Nella compilazione di molte voci del Glossario ha prestato la sua amichevole collaborazione il prof. Ferdinando Giaccardi.

Questo tipo di campione permetterà di stimare i parametri col minimo errore.

Carattere ($\chi\alpha\rho\alpha\kappa\tau\eta\rho$ = *impronta*). Nel linguaggio statistico lo stesso di attributo, qualità o fatto pertinente a un fenomeno collettivo. Caratteri di una nascita sono, per esempio: sesso, età dei genitori, luogo di nascita, professione del padre, ecc. Caratteri di un'azienda: ramo di produzione, numero degli addetti, valore della produzione, ecc. I caratteri di un fenomeno sono una creazione dell'intelletto e pertanto si possono moltiplicare all'infinito; infatti sono caratteri in senso statistico non solo gli attributi del fenomeno, ma anche quelli di altri fenomeni che si mettano in relazione col medesimo. Ad esempio carattere di una nascita può essere il numero delle stanze dell'abitazione paterna, oppure la pressione barometrica nel giorno della nascita.

I caratteri possono essere *misurabili* (quantitativi) o *non misurabili* (qualitativi). I primi si possono anche chiamare *variabili* (statistiche).

Cartesiano. Da Cartesio (RENÉ DESCARTES, filosofo e matematico francese, 1596-1650). *Grafico cartesiano*: figura che permette di mettere in corrispondenza enti geometrici ed enti numerici. Per costruire un grafico cartesiano nel piano si tracciano anzitutto due rette o assi (*assi cartesiani*) che si intersecano ad angolo retto in un punto chiamato *origine*. L'asse orizzontale è detto *asse delle ascisse*, o asse *X*; l'asse verticale, *asse delle ordinate*, o asse *Y*. I due assi dividono il piano in 4 regioni o quadranti. Fissato per ogni asse un senso positivo e una lunghezza unitaria, dato un punto *P* qualunque, la perpendicolare dal punto *P* sull'asse *X* permette di misurare la distanza fra l'origine e il piede della perpendicolare (ascissa del punto, *x*).

La perpendicolare sull'asse *Y* permette di misurare analogamente l'ordinata (*y*). Si dirà che il punto *P* (*x*, *y*) ha le coordinate (cartesiane) *x* e *y*. A ogni punto del piano corrisponde dunque una coppia di numeri reali e d'altro canto a ogni coppia di numeri reali corrisponde un unico punto nel piano (v. anche l'Appendice C).

Cartogramma. Rappresentazione grafica a forma di carta geografica. Per lo più le singole zone del territorio considerato sono tratteggiate o colorate variamente, in base a una chiave, che fa corrispondere ai vari gradi di intensità del fenomeno vari tipi di tratteggio o colori diversi. Talvolta l'intensità o la ripartizione del fenomeno in ciascuna zona sono raffigurate mediante figure geometriche, suddivise in proporzione alla frequenza delle singole modalità. Esempi di cartogrammi: Tav. 81, 201.

Cimanalisi ($K\omega\mu\alpha$ = *onda*). *Analisi delle curve periodiche* (metodi di). Si possono ricondurre a due categorie.

Una è caratterizzata da un'analisi secondo il metodo classico del Fourier, che si preoccupa di dare una rappresentazione analitica del fenomeno come sovrapposizione di componenti oscillatorie che possono anche non avere concretezza fisica.

L'altra categoria è fondata su un metodo di analisi detto « *analisi periodale* » che si prefigge di andare alla ricerca dell'esistenza e delle caratteristiche dei fenomeni oscillatori realmente in gioco. Tipico di questa categoria il metodo elaborato da F. Vercelli.

Quando si tratti di rappresentare curve periodiche *pure*, convergono gene-



ralmente gli sviluppi secondo Fourier, mentre per le curve periodiche in cui si ritiene possibile la presenza di elementi componenti periodici, generalmente di tipo quasi persistente e di *periodo ignoto*, convergono i metodi proposti dal Vercelli (cfr. F. VERCELLI, *Guida per l'analisi delle periodicità nei diagrammi oscillanti*, C.N.R. Comitato Talassografico Ital. 1940; M. PICONI, *Vedute matematiche sull'analisi dei periodi*, C.N.R. Pubbl.^{ne} N. 256 dell'Istituto per le applicazioni del calcolo, Roma, 1949). Vedi anche *Curve periodiche*.

Coefficiente angolare (di una retta) è la tangente trigonometrica dell'angolo α formato dalla retta con la direzione positiva dell'asse X . Se l'equazione della retta è $y = ax + b$, il coefficiente angolare è $a = \operatorname{tg} \alpha$.

Coefficienti binomiali. Sono i coefficienti delle variabili nello sviluppo di $(p + q)^n$.

L' $(r+1)^{\text{esimo}}$ coefficiente binomiale di ordine n (intero) è

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$$

essendo

$$(p + q)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} p^{n-r} q^r$$

Concentrazione. Raccolta o addensamento di una sostanza in uno spazio ristretto. Sul concetto matematico di concentrazione vedi § 177. Nella statistica demografica *concentrazione della prolioficità*: addensamento di una frazione notevole delle nascite in poche famiglie. Nella statistica economica *concentrazione dei redditi*: addensamento di una parte notevole dei redditi nelle mani di poche persone. Analogamente: concentrazione della ricchezza, del risparmio, della popolazione nei grandi centri, ecc.

Indice di concentrazione δ del GINI (per il reddito): esponente al quale si deve innalzare una data frazione dei redditi superiori a un certo limite per ottenere la frazione dei redditieri che la possiede. Per ogni reddito-limite arbitrariamente scelto si può calcolare un indice, cosicchè l'indice generale risulta dalla media degli indici parziali. (V. anche *Curva di concentrazione*).

Continuità. Si dice che la funzione $f(x)$ è *continua* per il valore a (o nel punto a) se

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a).$$

La $f(x)$ si dice che è continua in un intervallo, se è continua per tutti i valori di quell'intervallo; in tal caso ad incrementi piccolissimi della variabile x corrispondono incrementi pure piccolissimi per la funzione $f(x)$.

La funzione $f(x)$ è *discontinua* nel punto a , se non è continua. Per le funzioni continue vale il seguente notevole **teorema (di Cauchy)**: se la funzione $f(x)$ è continua nell'intervallo da a a b , e se $f(a)$, $f(b)$ hanno valori non nulli e di segno contrario, allora la $f(x)$ si annulla almeno in un punto compreso fra a e b .

Correlazione. Legame fra due o più variabili. Nel caso di due variabili si ha correlazione *funzionale* quando ad ogni valore di una variabile corrisponde uno e un solo valore dell'altra variabile. Si ha correlazione o dipendenza *sto-*

castica quando il legame fra le variabili si esprime secondo gli schemi del calcolo delle probabilità.

Gli *indici di correlazione* indicano l'intensità dei legami di dipendenza stocastica fra due o più variabili. Essi possono indicare indipendenza (correlazione nulla), correlazione positiva o negativa più o meno forte, correlazione massima (correlazione funzionale) (v. VINCI, *Manuale*, II, pag. 197-228; DARMOIS, *Statistique*, pag. 169-256; von MISES, *Wahrscheinlichkeitsrechnung*, I, pag. 335-367; BOWLEY, *Elements*, ecc., pag. 350-408) (v. Appendice A).

Correlazione, Coefficiente di. Se fra due seriazioni di elementi $X_1, X_2, \dots, X_n$ e $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ intercorre una corrispondenza biunivoca in modo che p. e. all'elemento X_i della prima corrisponda l'elemento Y_i della seconda, indicate con X_0 ed Y_0 le medie aritmetiche delle due seriazioni e con x_i ed y_i gli scostamenti $X_0 - X_i$ ed $Y_0 - Y_i$ fra i valori medi e quelli dei singoli elementi, si definisce *coefficiente di correlazione* (di Bravais-Pearson) il rapporto

$$r = \frac{\sum_{s=1}^n x_s y_s}{\sqrt{\sum_{s=1}^n x_s^2} \cdot \sqrt{\sum_{s=1}^n y_s^2}},$$

che si può ritenere anche come un *indice di adattamento* per gli elementi rilevati con la rappresentazione funzionale delle due seriazioni e può essere utilizzato per determinare il *grado del legame lineare* eventualmente esistente fra le due seriazioni.

Se $r = \pm 1$ il *diagramma cartesiano* rappresentato da punti di coordinate $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ è dato da una retta: in questi casi la correlazione è perfetta.

Quando r tende a zero si esclude che fra X ed Y intercorra una relazione lineare.

(Per la interpretazione geometrica del coefficiente di correlazione cfr. B. DE FINETTI, *A proposito di correlazione*, in « Supp.to statist. », n. 1-2, 1937; G. BOAGA, *Interpretazione geometrica del coefficiente di correlazione*, in « Rivista Italiana di Demografia e Statistica », dicembre 1948, Vol. II, n. 4, pp. 471-74.

V. altresì: F. GIACCARDI, *Coefficienti di correlazione quadratica*, « Rivista ital. di demografia e statistica », giugno 1949).

Curva di concentrazione (di Lorenz) è quella in cui un punto generico ha le coordinate cartesiane p_s e q_s , dove p_s è la percentuale che, sul totale N degli elementi, corrisponde al numero di quelli in cui il carattere non supera il valore s ; q_s è la percentuale che sulla quantità T di carattere, complessivamente posseduta dagli N elementi, costituisce la quantità di carattere posseduta insieme dai soli elementi in cui il carattere non supera il valore s .

Questa curva è concava verso l'alto, risulta limitata fra i punti di ascisse 0 ed 1, ed è ad ordinate crescenti da 0 ad 1 (v. Tav. 255).

La curva di concentrazione rimane quindi tutta compresa in un quadrato di lato eguale all'unità e si estende dal vertice inferiore sinistro (0, 0) al vertice superiore destro (1, 1) del detto quadrato, rimanendo sotto la diagonale che si estende fra gli stessi vertici.

Se il carattere è uniformemente distribuito fra i vari elementi, la curva

di concentrazione si identifica con quella diagonale, altrimenti se ne distacca tanto più quanto maggiore è la disuguaglianza nella distribuzione del carattere. Perciò l'« area di concentrazione » compresa fra la diagonale e la curva, paragonata al suo valore massimo (metà area del quadrato) costituisce un « indice di variabilità relativa », detto « rapporto di concentrazione », introdotto nella tecnica statistica dal Gini.

Detto rapporto è dato da

$$[1] \quad R = \frac{\sum_{s=1}^{n-1} (p_s - q_s)}{\sum_{s=1}^{n-1} p_s}.$$

E' stato rilevato (cfr. V. AMATO, *Sulla misura della concentrazione dei redditi*, in « Rivista ital. di Demogr. e statist. », vol. II, n. 4, 1948) che, assunta quale espressione dell'« indice di concentrazione »

$$[2] \quad C = \frac{\sum_{s=1}^{n-1} R_s P_s}{\sum_{s=1}^{n-1} P_s},$$

e cioè la media aritmetica ponderata con pesi P_s delle quantità R_s , qualora si ponga $R_s = \frac{p_s - q_s}{p_s}$, a seconda del sistema di pesi adottato si ottengono dalla [2] gli indici più noti proposti da vari Autori.

Così, dalla [2] si trae:

$$\text{per } P_s = p_s, \quad C = R \quad (\text{Gini})$$

$$\text{per } P_s = 1, \quad C = \frac{1}{n-1} \sum_{s=1}^{n-1} \frac{p_s - q_s}{p_s} \quad (\text{Bonferroni})$$

$$\text{per } P_s = \frac{p_s}{1 - p_s} \quad C = \left(\sum_{s=1}^{n-1} \frac{p_s - q_s}{1 - p_s} \right) / \left(\sum_{s=1}^{n-1} \frac{p_s}{1 - p_s} \right) \quad (\text{De Vergottini})$$

(Cfr. C. E. BONFERRONI, *Elementi di statistica generale*, Torino, 1938; C. GINI, *Sulla misura della concentrazione e della variabilità dei caratteri*, in « Memorie di Metodol. Statistica », Giuffrè, Milano, (1939); M. DE VERGOTTINI, *Sul significato di alcuni indici di concentrazione*, in « Giorn. degli Economisti », 1940).

Cfr. ancora: F. GIACCARDI, *Indici di concentrazione*, in « Giorn. degli Economisti », giugno 1950 e, dello stesso A.: *Un criterio per la costruzione di indici di concentrazione* in « Rivista ital. di Demogr. e Statistica », dicembre 1949).

Curva di Gauss (o curva degli errori accidentali) è la curva di frequenza espressa dall'equazione

$$[1] \quad y = h e^{-c x^2}$$

h e c essendo costanti positive.

Il nome di curva degli errori accidentali deriva dal fatto che se si eseguono diverse misure di una stessa grandezza fisica, tutte nelle stesse condizioni

esteriori (con gli stessi strumenti, dallo stesso osservatore, con eguale accuratezza ecc.) e si riportano ordinatamente sopra un asse delle ascisse le misure, e perpendicolarmente si innalzano segmenti proporzionali alla frequenza con cui le singole misure sono state ottenute, gli estremi di questi segmenti congiunti con un tratto continuo danno luogo ad una curva che riproduce con notevole approssimazione la forma della [1], sicchè le diverse misure si raggruppano intorno alla loro media, così come le ordinate della curva [1] intorno all'ordinata staccata sopra all'asse delle y . Il che significa appunto che gli errori (scarti dalla media) si distribuiscono secondo il loro valore in modo da dar luogo approssimativamente ad una curva quale la [1].

Curve di livello. Nascono dalla considerazione dei fenomeni collettivi di due argomenti, i quali sono rappresentati da espressioni analitiche come

$$[1] \quad z = H(x, y).$$

Possono x ed y esprimere entrambi caratteri misurabili della popolazione considerata, p. e. l'età del padre e della madre in una collettività di neonati; o del marito e della moglie in una collettività di novelli sposi, ecc. Ovvero può x rappresentare un carattere misurabile degli individui della collettività, p. e. l'età dei componenti una determinata popolazione ed y rappresentare genericamente il tempo.

A sua volta z rappresenta nel primo caso la frequenza con cui si riscontrano in un determinato istante i caratteri x ed y , e nel secondo la frequenza con cui si riscontra il carattere x al tempo y .

Le curve di livello nascono dalla [1] supponendo ivi $z = \text{costante}$.

Le curve di livello possono essere — nel campo di variabilità considerato per x e per y — chiuse od aperte, ad uno od a più rami. Le diverse eventualità corrispondono a sostanziali differenze nelle modalità dei fenomeni singoli.

Curve di Pearson. Si possono definire come gli integrali dell'equazione differenziale:

$$\frac{y'}{y} = \frac{x - h}{a + b x + c x^2}.$$

Tali curve traggono la loro importanza dal fatto che, contenendo quattro costanti arbitrarie, oltre a quella che deriva dall'integrazione, si piegano a rappresentare con successo le diverse forme di curve di frequenza quali empiricamente si manifestano nella biometria.

Le curve di Pearson comprendono come caso limite quella degli errori che si ricava come caso particolare dalla formula scritta ponendo ivi: $a = 1$; $b = c = h = 0$.

Curve periodiche. Una curva è periodica se si ripete identicamente, in ogni successivo eguale intervallo di tempo, detto *periodo*.

Se y è una generica ordinata, t il tempo, T il periodo e k un numero intero, si ha dunque

$$[1] \quad y(t) = y(t + k T).$$

Ogni multiplo di T è anche un possibile periodo; il minimo periodo è detto *fondamentale*.

Prototipo delle curve periodiche è la *sinusoide*. Questa curva è definita da tre costanti caratteristiche: l'*ampiezza* A , il *periodo* T , e la *fase* δ .

In luogo della costante T si può usare il valore inverso $\nu = 1/T$, detto *frequenza*: oppure il valore $\omega = 2\pi/T$ chiamato *pulsazione* o *velocità dell'onda*.
L'equazione della sinusoide ha la forma

$$[2] \quad y = A \sin(\omega t + \delta)$$

oppure, ponendo $\omega = 2\pi/T$, $\alpha = T\delta/2\pi$

$$[3] \quad y = A \sin \frac{2\pi}{T} (t + \alpha).$$

Meccanicamente la [2] rappresenta il *moto* chiamato *armonico*, *oscillatorio semplice*, o *pendolare*, ottenuto proiettando un punto che percorra un cerchio di raggio A , con velocità angolare costante ω , sopra un diametro del cerchio stesso.

Poichè molti moti oscillanti, ed in particolare le vibrazioni sonore, risultano dalla somma di moti armonici, alle funzioni sinusoidali è dato anche il nome di *elementi armonici*.

Si dimostra che: a) *la curva risultante dalla somma di due armonici di eguale periodo è ancora una curva armonica dello stesso periodo*; b) *la somma di due curve armoniche di diverso periodo non è più una curva armonica ma risulta ancora periodica se i periodi degli armonici componenti sono commensurabili, cioè se il loro rapporto è espresso da numeri interi*.

Quando agisca una resistenza proporzionale alla velocità, il moto armonico presenta un graduale smorzamento di ampiezza.

Indicando con β una costante positiva, detta *fattore di smorzamento*, il moto è rappresentato dalla relazione

$$[4] \quad y = A e^{-\beta t} \sin(\omega t + \delta).$$

La [4] non soddisfa alle proprietà funzionali delle curve periodiche; essa però taglia l'asse delle t in punti che si seguono ad intervalli costanti $T/2$ ove $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Le funzioni tipo [4] sono dette *periodiche smorzate*; la grandezza T è uno *pseudo periodo*.

Le oscillazioni periodiche smorzate caratterizzano i fenomeni non governati da fattori ritmici permanenti; si presentano quindi nella maggior parte dei diagrammi statistici.

Curve statistiche sono le curve che rappresentano graficamente rilevazioni quantitative relative a fenomeni collettivi — o fenomeni di massa — quali: la popolazione, la natalità, il gettito tributario, i prezzi, ecc.

La rilevazione quantitativa può esprimere:

a) come il fenomeno considerato, p. e. la popolazione, varia attraverso il tempo: si ha allora una *curva storica*;

b) come la massa si ripartisce, in un determinato istante, secondo la misura di un determinato carattere, p. e. la popolazione secondo l'età o il reddito; si ha allora una *curva di frequenza*;

c) come sono legati due diversi caratteri, quando alla coppia corrisponde, nello stesso istante, la stessa frequenza; si ha allora una *curva di livello*.

Derivata di una funzione. Sia u un intervallo ed x un elemento appartenente ad u ; e sia poi $f(x)$ una funzione definita nel campo u . Si chiama « de-

derivata della funzione $f(x)$ per il valore x di « il limite (se esiste) del rapporto incrementale della funzione $f(x)$, quando l'incremento, non nullo, di x tende a zero.

La derivata di $f(x)$ per il valore x si indica colle notazioni $f'(x)$ di Lagrange (1798); $\frac{d}{dx} f(x)$ di Leibniz (1684); $Df(x)$ di Arbogast (1800), e Cauchy (1823), che si leggono « derivata di $f(x)$ rispetto ad x ».

Si può pertanto scrivere la definizione di derivata così:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{d}{dx} f(x) = Df(x) = \lim_{x_1 \rightarrow x} \frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}. \end{aligned}$$

Quando si ponga, come si fa spesso, $y = f(x)$, le notazioni precedenti assumono le forme: y' ; $\frac{dy}{dx}$; Dy , che sono pure molto adoperate.

Se i valori $f(x)$ ed $f(x_1)$ rappresentassero gli spazi percorsi da un mobile da un istante iniziale fino agli istanti x ed x_1 , il limite del rapporto incrementale [ossia la derivata di $f(x)$] rappresenta la velocità del mobile nel punto x .

Se i valori $f(x)$ ed $f(x_1)$ rappresentano invece l'ammontare di una popolazione negli istanti x ed x_1 , il limite del rapporto incrementale rappresenta la *velocità di accrescimento* della popolazione nell'istante x , ecc.

La derivata di una funzione è suscettibile di una interpretazione geometrica notevole, relativa al diagramma cartesiano della funzione stessa. Si può infatti mostrare che per costruire la tangente del diagramma di una funzione, basta calcolare la derivata di questa funzione, dopo di che la costruzione della tangente è immediata. Viceversa, se si sa costruire la tangente in un punto al diagramma di una funzione, è facile dedurre il valore della derivata in quel punto.

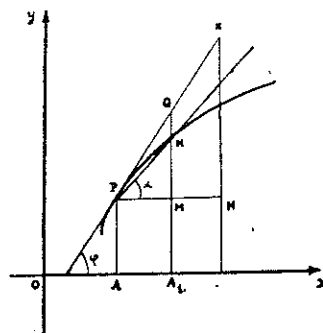
Perciò il problema geometrico della costruzione delle tangenti alle curve e quello analitico del calcolo delle derivate delle funzioni, sono due problemi equivalenti. E il primo problema è quello che ha condotto allo studio sistematico del secondo, il che poté avvenire solo dopo che Cartesio (1637) introdusse la rappresentazione grafica (cartesiana) delle funzioni mediante diagrammi.

Il significato geometrico del rapporto incrementale non è quindi altro che il coefficiente angolare (cioè la pendenza) della corda PN .

Posto infatti $OA = x$; $OA_1 = x_1$; $AP = A_1M = f(x)$; $A_1N = f(x_1)$ allora è chiaro che

$$\frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x} = \frac{MN}{PM} = \tan \alpha$$

ove α indica l'angolo MPN che la corda PN forma con la direzione positiva dell'asse x .



Ciò premesso, poichè la tangente al diagramma dato, nel punto P , per definizione, è la posizione limite della congiungente il punto P con un altro punto qualunque N della curva, allorchando questo punto, muovendosi comunque sulla curva, tende al punto P , è facile dedurre che la pendenza della tangente sul punto P vale $Df(x)$.

Differenziale di una funzione è (formalmente) il prodotto della derivata della funzione per il differenziale della variabile indipendente.

Esprimendo la derivata di $y = f(x)$ con le due notazioni di Leibniz e di Lagrange si ha

$$[1] \quad \frac{dy}{dx} = y'$$

Ora, sebbene dy e dx non abbiano, presi isolatamente, alcun significato, tuttavia si conviene di scrivere quanto esprime la [1] anche sotto la forma

$$[2] \quad dy = y' dx$$

attribuendo così al primo membro della [1] l'ordinario significato algebrico di quoto, come se dy e dx fossero numeri, e convenendo pertanto di passare con le leggi algebriche formali dalla [1] alla [2] e dalla [2] alla [1].

Alla [2] si possono anche dare queste altre forme:

$$[3] \quad df(x) = f'(x) dx = \frac{df(x)}{dx} \cdot dx = Df(x) dx;$$

è poi specialmente notevole la forma

$$[4] \quad dy = \frac{dy}{dx} dx, \quad \text{ovvero} \quad df(x) = \frac{df(x)}{dx} dx$$

che ha l'aspetto di un'identità algebrica.

Se alla variabile x si dà l'incremento Δx , e s'indica con $\Delta f(x)$ l'incremento corrispondente di $f(x)$ si ha

$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = Df(x) + \varepsilon$$

ove ε è una quantità che tende a zero quando Δx tende a zero. Ne segue che per Δx molto piccolo (e il piccolo è relativo alla natura della questione che si studia) anche ε risulta molto piccolo, perciò il rapporto $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ ha come valore approssimato la derivata $Df(x)$, ed in quei casi in cui l'errore ε è trascurabile si può dire che la derivata $Df(x)$ è eguale al rapporto fra gl'incrementi infinitesimi della funzione $f(x)$ e della variabile x . Ne segue allora

$$\Delta f(x) = Df(x) \cdot \Delta x$$

che confrontata con la [4] mostra che dx si può identificare con Δx e $df(x)$ con $\Delta f(x)$, perciò « i differenziali $df(x)$ e dx si possono considerare come incrementi infinitesimi della funzione $f(x)$ e della variabile x » e la conoscenza della derivata $Df(x)$ consente allora di calcolare senz'altro l'incremento $df(x)$ quando sia noto dx .

Ricorrendo alla interpretazione geometrica della derivata, si ha (cfr. figura sotto la voce « derivata »)

$$f(x_1) - f(x) = MN$$

e siccome l'angolo MPQ formato dalla tangente con la direzione Ox vale φ si ha: $MQ = MP \cdot Df(x)$ e supponendo $MP = dx$ si conclude

$$df(x) = MQ = MN + NQ,$$

e confrontando con la precedente si constata che i primi membri si possono ritenere uguali solamente quando si suppone NQ così piccolo da potersi trascurare. E ciò avviene quando x_1 è *sufficientemente* prossimo ad x , cioè quando la differenza $x_1 - x$ è *infinitesima*.

Deviazione (v. *Errore; Scostamento*).

Diagramma (v. *Grafico*). Rappresentazione grafica nel piano costruita secondo i principii della geometria analitica per raffigurare successioni o distribuzioni statistiche. In senso più ristretto l'espressione *diagramma* designa un particolare tipo di grafico lineare, in cui a ciascuna coppia di variabili (x, y) si fanno corrispondere dei punti nel piano, punti che vengono poi congiunti mediante segmenti rettilinei che formano una spezzata o *curva statistica*. Se si tratta di una distribuzione di frequenza, il diagramma lineare assume la forma di *poligono di frequenza* (V.).

Diigene, tavole di fecondità ($\delta\upsilon\omicron = due$ e rad. $\gamma\epsilon\nu$, *nascere*). L'espressione, introdotta dal KNYBBS, designa tavole indicanti la probabilità di una nascita legittima in funzione dell'età di entrambi i genitori.

Dispersione. Modo di distribuirsi dei singoli valori di una distribuzione intorno ad un valore medio. (Il termine è usato talora nel senso ristretto di « scostamento quadratico medio »). La dispersione è una delle più importanti caratteristiche della distribuzione, insieme alla media e all'asimmetria. Misura o indici della dispersione sono lo *scostamento semplice medio* (V.), lo *scostamento quadratico medio* (V.), lo *scostamento interquartile*, la *differenza media*, ecc. (VINCI, *Manuale*, I, pag. 99-123; DARMOIS, op. cit., pag. 30-37, 149-157).

Dispersione, Indice di. Il rapporto dello scostamento medio quadratico, dedotto dall'osservazione, allo scarto medio quadratico, dedotto dal calcolo delle probabilità, si chiama, secondo il Lexis, indice di dispersione (secondo il Dormoy, coefficiente di divergenza). Se questo rapporto risulta press'a poco eguale ad 1, cioè se i due valori dello scostamento sono pressapoco eguali, suol dirsi che si ha da fare con un fenomeno a dispersione normale.

Distribuzione (o tavola) di frequenza. Classificazione dei valori di una variabile secondo una scala crescente o decrescente. Se la variabile non può assumere che un numero finito di valori $x_1, x_2, \dots, x_n$ la tavola indicherà la frequenza $(y_1, y_2, \dots, y_n)$ di ciascun valore. Se la variabile è continua occorre, per poter costruire la tavola di frequenza, dividere arbitrariamente il campo di variazione della variabile in un certo numero di classi. In tal caso la tavola indicherà le frequenze $y_1, y_2, \dots, y_n$ dei valori compresi fra $x_0-x_1, x_1-x_2, x_2-x_3, \dots, x_{n-1}-x_n$.

Se in un grafico a coordinate ortogonali l'asse delle ascisse (X) è diviso in intervalli uguali, corrispondenti alle classi, mentre il numero dei casi (fre-

quenza) in ciascuna classe è indicato mediante un segmento orizzontale disegnato parallelamente all'asse x ad altezza proporzionale al numero dei casi, (in modo che ad ogni cambiamento di classe viene a formarsi un gradino), il diagramma è chiamato *istogramma*. Se invece i punti che hanno per coordinate i singoli valori di x a metà intervallo ed i corrispondenti valori delle frequenze sono congiunti mediante una spezzata, la figura risultante è chiamata *poligono di frequenza*.

d_x , simbolo demografico-attuariale per « morti in età x , $x+1$ di una generazione » (cfr. § 12).

Elasticità della domanda. Considerando ad es. la quantità $y = f(x)$ di una certa merce che un complesso di consumatori acquista se il prezzo è x , si definisce *elasticità della domanda* l'espressione:

$$x \frac{y'}{y} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\text{incremento percentuale di } y}{\text{incremento percentuale di } x}$$

Si ha in particolare *elasticità* $= -1$ se, aumentando il prezzo, il consumo si contrae nella proporzione inversa, di modo che rimanga inalterata la spesa (quantità $\times$ prezzo); *elasticità* < -1 se la contrazione di consumo è più forte, si da ridurre anche la spesa, e > -1 nel caso opposto; è poi *nulla* se il consumo non varia; è infine *positiva* se, aumentando il prezzo, il consumo si espande.

Per $y = kx^c$, l'elasticità è dunque $x \cdot k c x^{c-1} / k x^c = c$; in particolare si ha elasticità -1 per le *iperboli equilatera* $y = k/x$, lungo le quali il consumo è inversamente proporzionale al prezzo; ed elasticità $+1$ per le rette uscenti dall'origine $y = kx$, che darebbero proporzionalità diretta.

Errore. Differenza fra il valore esatto di una grandezza ed un valore osservato. Se X è il valore esatto e x il valore osservato, $x-X$ è l'errore (scarto, scostamento, deviazione) di x ; $\frac{x-X}{X}$ è l'errore relativo (v. *Scostamento*).

Esponente. Nella espressione $y = a^x$, x è l'esponente di a , a è la base, y è la x -esima potenza di a .

Esponenziale, Curva. È la curva definita dall'equazione $y = a^x$.

e_x . Simbolo demografico-attuariale per « speranza media di vita (o vita media) all'età x » (cfr. § 14).

Fecondità. Nel linguaggio comune, la qualità di chi genera numerosa prole o abbondanti frutti. Nel linguaggio demografico si usa sia in questo senso generico, sia in senso più ristretto, e cioè per definire il rapporto fra il numero dei nati in un determinato periodo e le persone (generalmente donne) oppure i matrimoni da cui tali nati provengono. *Fecondità delle donne di età x* : probabilità per una donna di età precisa x di concepire (oppure, con minore esattezza, di partorire) in età $x, x+1$ (vedi §§ 34-53, 93-100). Sull'uso delle espressioni: « fecondità, fecondabilità, fertilità, natalità, produttività, prolificità » non vi è accordo fra i demografi. Nel presente Manuale si è fatto uso delle sole espressioni *fecondità*, *natalità* (V.) e *prolificità* (V.). Per una discus-

sione, anche etimologica, dell'argomento, si veda G. H. KNIBBS, *Mathematical Theory of Population*, cit.

Frequenza assoluta. Il numero delle volte in cui si verifica un valore o una caratteristica. Se una variabile x assume i valori $x_1, x_2, \dots, x_n$, la frequenza assoluta di un valore x è il numero delle volte in cui essa assume quel valore.

Frequenza. Curva di frequenza. Posto che $y = \phi(x)$ sia l'equazione cartesiana di tale curva, $\phi(x) dx$ denoterà la frequenza relativa degli elementi nei quali il carattere assume un valore compreso fra x ed $x + dx$ e l'area compresa fra la curva stessa e le ordinate corrispondenti a due ascisse a e b rappresenterà la frequenza relativa dei termini nei quali il valore del carattere è compreso fra a e b , cosicchè se a e b fossero i valori estremi che il carattere assume nella data distribuzione, quell'area acquisterebbe il valore 1.

Le curve di frequenza possono essere dotate di una sola ordinata massima (corrispondente a quel valore del carattere che presenta la più elevata frequenza e che si dice *moda* o *norma* o valore tipico) ed in tale caso si dicono *unimodali*; altre volte invece sono *plurimodali*.

Frequenze, Funzione di densità delle. Per una variabile discontinua la funzione di x che dà le frequenze assolute dei valori x_i è la funzione di frequenza assoluta. La frequenza totale è

$$N = \sum_{i=1}^r f(x_i),$$

dove $f(x_i)$ è la funzione di frequenza assoluta. Per una variabile continua la funzione di frequenza può essere definita come la derivata prima della funzione di distribuzione della variabile continua.

Se la funzione di distribuzione ha una frequenza totale di 1, la funzione derivata di frequenza è nota anche come la funzione di *densità delle frequenze*. Perciò è

$$F(b) = \int_{-\infty}^b f(x) dx$$

dove $f(x)$ è la funzione di densità delle frequenze, e $F(x)$ è la funzione di distribuzione.

Frequenza, Rappresentazione grafica della curva di. Nella rappresentazione grafica di una distribuzione di frequenza, o delle frequenze dei singoli valori di una variabile, le ordinate della curva sono proporzionali alla frequenza dei valori della variabile indicati in ascisse. Normalmente l'area compresa fra la curva e l'asse delle ascisse rappresenta la frequenza totale, mentre il rapporto dell'area corrispondente ad un certo intervallo di ascissa al totale dell'area è la frequenza relativa per quell'intervallo.

Frequenza relativa. La frequenza relativa del verificarsi di un evento è il rapporto fra il numero delle volte in cui l'evento si verifica rispetto al numero delle volte in cui l'evento *potrebbe* verificarsi o non verificarsi.

Se m_i è la frequenza assoluta del valore x_i della variabile x , e se il numero totale dei valori che può assumere la variabile è n , allora $\frac{m_i}{n}$ è la frequenza relativa del valore x_i della variabile x .

Funzione. Si dice che y è funzione di x e si scrive $y = f(x)$ se ad ogni

valore di x corrisponde un determinato valore di y ; si suol dire che x è la *variabile indipendente*.

Così ad esempio la temperatura in un dato luogo è funzione del tempo; l'interesse prodotto da un capitale è funzione del tasso d'interesse e del tempo, ecc.

Le funzioni del tipo

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n,$$

dove $a_0 \neq 0$ ed n intero e positivo, si chiamano *funzioni intere di grado n* ; se $n = 1$ si chiamano anche *funzioni lineari*, se $n = 2$, *funzioni quadratiche*.

Il diagramma cartesiano di una funzione lineare è una *retta*, e di una funzione quadratica è una *parabola*.

Il quoto di due funzioni intere è una *funzione razionale*.

Le funzioni a^x , $\log x$, $\sin x$, $\cos x$, ecc. sono *trascendenti*.

La funzione $f(x)$ si dice *invertibile* in un intervallo, se, considerando l'equazione $y = f(x)$, ad un determinato valore di y corrisponde sempre un *unico* valore di x , cioè se l'equazione precedente ammette, per un dato valore di y , *una sola radice* x .

Così ad es. se a è positivo e diverso da 1, la funzione a^x è *invertibile* e ponendo

$$a^x = y \quad \text{si ha} \quad x = \log_a y,$$

perciò la *funzione inversa* di a^x è $\log_a y$.

Funzione esponenziale. Sia a una quantità positiva e diversa da 1; dicesi funzione esponenziale, l'espressione a^x , ove x varia assumendo valori reali. La variabile x è l'esponente di a , donde il nome di funzione esponenziale: la quantità a è la base. Per la funzione esponenziale valgono le seguenti proprietà:

1) Se $a > 1$, la funzione a^x assume valori *maggiori* di 1 se ad x si attribuiscono valori *positivi*.

2) Se $a > 1$, la funzione a^x assume valori positivi *minori* di 1, se ad x si attribuiscono valori *negativi*.

3) Se $a < 1$, la funzione a^x assume valori positivi *minori* di 1, se ad x si attribuiscono valori *positivi*.

4) Se $a < 1$, la funzione a^x assume valori *maggiori* di 1, se ad x si attribuiscono valori *negativi*.

5) La funzione esponenziale è continua per ogni valore finito della variabile.

(Vedi *Logaritmi*).

Gaussiano. Di Gauss (da C. F. GAUSS, matematico tedesco, 1777-1855). *Legge gaussiana*, lo stesso che legge normale della probabilità (v. *Normale, Curva*). *Distribuzione gaussiana*, indica talora una distribuzione empirica che segue approssimativamente la legge di Gauss. (v. *Normale, Curva*).

Graduatoria. Classificazione di dati secondo la loro grandezza o intensità.

Grafico (rappresentazione grafica, diagramma). Figura costruita in base ai principii della geometria analitica per rappresentare le relazioni fra due o più variabili. Accanto ai diagrammi a *coordinate cartesiane* (v. *Cartesiano*) [Gra-

ficol) si usano diagrammi a coordinate polari, a raggi vettori, ecc. (v. anche *Logaritmico* [*Diagramma*]). Si distinguono generalmente *diagrammi* (V.), *istogrammi* (V.), *stereogrammi* (V.) (v. anche Appendice C).

Infinitesimi ed infiniti. Le frasi « grandezza infinitamente piccola o infinitesima », oppure « grandezza infinitamente grande », intese in senso assoluto, non hanno alcun significato.

Affinchè acquistino significato occorre confrontare quelle grandezze con un'altra grandezza che si assume come *termine di paragone*; cambiando questa, una grandezza infinitamente piccola può diventare infinitamente grande e viceversa.

Così ad esempio il raggio terrestre può considerarsi come infinitamente piccolo rispetto alla distanza della terra dalla stella Sirio; e infinitamente grande rispetto alle distanze atomiche.

Nel caso di funzioni di una variabile, come quantità di riferimento si assume generalmente la variabile stessa. Perciò si dice che « la funzione $f(x)$ è infinitesima con x » se, per valori piccolissimi della variabile, essa pure assume valori piccolissimi, cioè, in forma precisa, se

$$[1] \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0.$$

Così ad es. le funzioni $\sin x$, $1 - \cos x$, $\log(1+x)$ sono infinitesimi con x .

Quando è verificata la [1] si dice pure che « la funzione $f(x)$ è infinitesima per il valore 0 ».

E' molto importante la considerazione del cosiddetto *ordine di infinitesimo*, anche se x tende verso un valore non nullo; precisamente, se $n > 0$ si dice che « la funzione $f(x)$ è infinitesima d'ordine n per il valore a » se

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{(x-a)^n}$$

ha valore finito e non nullo.

Se invece questo limite fosse nullo, l'ordine dell'infinitesimo sarebbe maggiore di n ; se fosse infinito sarebbe minore di n .

Similmente si dice che la « funzione $f(x)$ è infinitesima di ordine n per il valore $+\infty$ » se

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [x^n f(x)]$$

ha un valore finito e non nullo.

Così p. es., per $a > 1$, la funzione $a^{\frac{1}{x}} - 1$, per x tendente verso $+\infty$, è infinitesima di primo ordine e la funzione a^{-x} è infinitesima di ordine maggiore di qualunque numero assegnato.

Si dice che due quantità ε ed η sono *infinitesime dello stesso ordine* se il loro rapporto tende ad un limite finito e non nullo.

Si dirà invece che ε è infinitesimo di ordine *maggiore* dell'ordine di η se ε/η ha per limite zero, e viceversa sarà infinitesimo di ordine *minore* dell'ordine di η se il rapporto ε/η cresce in valore assoluto indefinitamente.

In generale si dirà che un infinitesimo ε è di ordine n rispetto ad η se il rapporto ε/η tende ad un limite finito diverso da zero; l'infinitesimo η , che serve per così dire da elemento di confronto, prende il nome di *infinitesimo principale*.

Così, ad es., $\sin x$ è infinitesimo di primo ordine rispetto ad x (x essendo infinitesimo principale) perchè $\frac{\sin x}{x}$ ha per limite uno; la quantità $1 - \cos x$, per x tendente a zero, è infinitesima del secondo ordine; infatti

$$\frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1 - \cos^2 x}{x^2 (1 + \cos x)} = \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 \cdot \frac{1}{1 + \cos x},$$

quindi il limite del rapporto $(1 - \cos x)/x^2$ per x tendente a zero, è $\frac{1}{2}$.

Anche per gli infiniti si può parlare di ordini di infinito e ciò in base a considerazioni analoghe alle precedenti.

E' facile vedere che, in una somma di quantità infinitesime di ordini differenti, si possono trascurare gli infinitesimi di ordine superiore, e ridurre la somma al solo termine che è infinitesimo di ordine più basso; e così nel caso di una somma di quantità infinite di ordini differenti, si può ridurre la somma al solo termine che è infinito di ordine più alto.

Integrale. Consideriamo una funzione $y = f(x)$, finita in un intervallo (a, b) . Dividiamo l'intervallo in parti (non importa se uguali o no), e diciamo Δx la lunghezza di una generica parte. Scegliamo ad arbitrio un punto entro questa parte: il punto d'ascissa x . Valutiamo il valore della funzione in questo punto. Formiamo il prodotto $f(x) \cdot \Delta x$. Formiamo i prodotti analoghi per le altre parti in cui è stato diviso l'intervallo (a, b) , e sommiamo tutti questi prodotti, ottenendo $\sum f(x) \cdot \Delta x$. Valutiamo infine il limite di questa sommatoria quando Δx tende a 0 e, conseguentemente, il numero delle parti in cui si è diviso l'intervallo (a, b) tende all'infinito. Questo limite, quando esiste ed è finito, ed è indipendente dal modo in cui si è diviso in parti l'intervallo (a, b) e dal modo con il quale si è scelto in ogni parte un punto per ivi valutare la funzione, si dice *integrale definito* della funzione $f(x)$ nell'intervallo (a, b) . Lo si indica con la scrittura

$$\int_a^b f(x) dx$$

(Leggi « integrale fra a e b di $f(x) dx$ »).

Per definizione dunque

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum f(x) \Delta x.$$

La scrittura adottata è molto espressiva e richiama la definizione: il segno di integrale $\int$ richiama quello $\sum$ di sommatoria; l'espressione sotto il segno di integrale $f(x) dx$ richiama il generico addendo $f(x) \Delta x$ della sommatoria; anzi quando $\Delta x \rightarrow 0$, Δx diviene il differenziale dx della variabile indipendente. a e b sono i limiti dell'integrale: a è il limite inferiore, b il limite superiore. L'integrale definito di una funzione $y = f(x)$ in un intervallo (a, b) esprime la quadratura del diagramma della funzione in tale intervallo:

$$S = \int_a^b f(x) dx.$$

Potremo anche dire che lo spazio percorso da un mobile in un intervallo di tempo uguaglia l'integrale definito della velocità in tale intervallo; che il lavoro di una forza, quando se ne sposti il punto di applicazione nel senso

della forza, eguaglia l'integrale definito della forza. Altri significati geometrici meccanici, fisici, ecc. dell'integrale definito ci sono offerti da altri problemi geometrici, meccanici, fisici, ecc. che portano al limite fondamentale del calcolo integrale.

Mentre il problema fondamentale del calcolo differenziale consiste nel calcolare la derivata di una funzione data ad arbitrio, il problema inverso del precedente consiste nella determinazione di una funzione la quale abbia per derivata una funzione $f(x)$ data comunque.

Questo problema forma l'oggetto del calcolo integrale. Esso si sa risolvere soltanto per taluni tipi di funzioni $f(x)$ come ad esempio le funzioni razionali; se invece $f(x)$ è funzione irrazionale e trascendente, la soluzione si può assegnare solo in casi particolari. Così ad es. se

$$f(x) = \frac{\sin x}{x},$$

il problema in questione non si sa risolvere.

Comunque, diciamo, in generale, $F(x)$ una funzione la cui derivata valga $f(x)$, cioè

$$[1] \quad D F(x) = f(x), \quad \text{ovvero} \quad dF(x) = f(x) dx.$$

Da una proprietà delle derivate risulta allora che se la funzione $F(x)$ soddisfa alla [1], vi soddisfa pure la funzione $F(x) + C$, ove C è una costante arbitraria.

Si può anzi dire che, viceversa se la funzione $F(x)$ soddisfa alla [1], ogni altra funzione che soddisfa alla [1] è data da $F(x) + C$, ove C è una costante qualsiasi.

Perciò si può dire che la funzione $F(x)$ che soddisfa alla [1] è determinata a meno di una costante additiva arbitraria.

Una qualunque delle funzioni che soddisfano alla [1] si indica con la notazione

$$[2] \quad \int f(x) dx,$$

e si chiama *integrale indefinito* di $f(x)$, od anche *primitiva* di $f(x)$. In altri termini, la notazione [2] indica tutte le funzioni che hanno $f(x)$ per derivata.

Dalle [1] e [2] si ricava subito che le due relazioni

$$[3] \quad dF(x) = f(x) dx \quad ; \quad F(x) = \int f(x) dx + \text{costante}$$

sono equivalenti, e ne seguono senz'altro queste altre:

$$[4] \quad \int dF(x) = F(x) + \text{cost.} \quad ; \quad d \int f(x) dx = f(x) dx$$

le quali esprimono che i due operatori d , $\int$, di differenziazione e di integrale indefinito, si elidono (prescindendo da una costante arbitraria) se applicati successivamente. (Cfr. B. FINZI, *Analisi Matematica*, Mariani, Milano, 1945, parte I, pp. 236-38; F. GIACCARDI e T. BOGGIO, *Lezioni di Matematica Generale*, Viretto, Torino, 1949, pp. 238-40).

Interpolazione. Operazione mediante la quale si determina il valore di una funzione in un punto interno ad un intervallo conoscendo i valori che la funzione assume negli estremi dell'intervallo stesso.

Considerando la funzione intera di grado n

$$[1] \quad f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + b_n \quad (a_0 \neq 0),$$

essa contiene $n+1$ coefficienti, dei quali qualcuno (tranne a_0) può essere nullo. Per determinare tale funzione, cioè per calcolarne i coefficienti, occorrono quindi $n+1$ condizioni indipendenti atte a tradursi in altrettante equazioni che leghino gli $n+1$ coefficienti incogniti.

La condizione più semplice consiste nell'imporre che la $f(x)$ assuma un dato valore u_0 per un dato valore x_0 della variabile, il che si traduce nella eguaglianza

$$u_0 = a_0 x_0^n + a_1 x_0^{n-1} + \dots + a_{n-1} x_0 + a_n$$

Sotto forma geometrica ciò equivale a dire che il diagramma della funzione $f(x)$ passi per il punto (x_0, u_0) . Un'altra condizione consiste nell'imporre, p. e., che per un dato valore x_1 , la derivata di $f(x)$ assuma un valore assegnato v_1 , ed allora si avrebbe

$$v_1 = n a_0 x_1^{n-1} + (n-1) a_1 x_1^{n-2} + \dots + a_{n-1}.$$

Ciò premesso è facile provare che esiste una ed una sola funzione intera di grado n , che per $n+1$ valori distinti $x_0, x_1, \dots, x_n$ della variabile assume i valori arbitrariamente assegnati $u_0, u_1, \dots, u_n$. Tale funzione si può rappresentare con la formula di interpolazione di Lagrange (1795)

$$[2] \quad f(x) = u_0 \cdot \frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)\dots(x_0-x_n)} +$$

$$+ u_1 \cdot \frac{(x-x_0)(x-x_2)\dots(x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)\dots(x_1-x_n)} + \dots +$$

$$+ u_n \cdot \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)(x_n-x_1)\dots(x_n-x_{n-1})}.$$

La [2] è una generalizzazione della formula d'interpolazione lineare, e precisamente se si suppone che la $f(x)$ sia di primo grado e che se ne conoscano i valori corrispondentemente a due valori diversi della variabile, cioè se si fa $n=1$, la [2] viene a coincidere con la formula d'interpolazione lineare.

Per $n=2$, si ha la cosiddetta formula d'interpolazione parabolica perchè il diagramma di $f(x)$ risulta una parabola.

La [2] si può scrivere sotto altre forme: fra esse è molto notevole la seguente dovuta a Newton (1681):

$$f(x) = A_0 + A_1(x-x_1) + A_2(x-x_1)(x-x_2) + \dots$$

$$\dots + A_n(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n),$$

ove $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$ sono costanti da determinare.

Esse si possono ricavare successivamente nel modo seguente: ponendo intanto $x=x_1$ si ha $A_0=f(x_1)$; ponendo poi $x=x_2$ risulta

$$f(x_2) = f(x_1) + A_1(x_2-x_1)$$

da cui si ricava A_1 .

Ponendo poi $x = x_3$ si ottiene

$$f(x_3) = f(x_1) + \left(\frac{f(x_1)}{x_1 - x_2} + \frac{f(x_2)}{x_2 - x_1} \right) (x_3 - x_1) + A_2 (x_3 - x_1) (x_3 - x_2)$$

da cui si deduce A_2 .

In modo simile, ponendo $x = x_4$ si ricava A_3 e così via.

Le espressioni A_1, A_2, A_3 sono state chiamate da Ampère (1826) *funzioni interpolari* di ordine 1, 2, 3, ... di $f(x)$.

Nel caso in cui i valori $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ sono i termini di una progressione aritmetica, dicendo h la ragione si ha: $x_2 - x_1 = h$; $x_3 - x_2 = h$, ...; $x_3 - x_1 = 2h$; $x_4 - x_2 = 2h$; $x_4 - x_1 = 3h$, ... ecc.

E ne segue

$$A_1 = \frac{1}{h} [f(x_2) - f(x_1)]$$

$$A_2 = \frac{1}{2! h^2} [f(x_3) - 2f(x_2) + f(x_1)],$$

$$A_3 = \frac{1}{3! h^3} [f(x_4) - 3f(x_3) + 3f(x_2) - f(x_1)], \text{ ecc.}$$

Posto poi

$$\Delta f(x_1) = f(x_2) - f(x_1) \quad ; \quad \Delta f(x_2) = f(x_3) - f(x_2), \dots$$

$$\Delta^2 f(x_1) = \Delta f(x_2) - \Delta f(x_1) \quad ; \quad \Delta^2 f(x_2) = \Delta f(x_3) - \Delta f(x_2), \text{ ecc.}$$

si avrà

$$A_1 = \frac{\Delta f(x_1)}{h} \quad ; \quad A_2 = \frac{\Delta^2 f(x_1)}{2! h^2} \quad ; \quad A_3 = \frac{\Delta^3 f(x_1)}{3! h^3}, \dots$$

e quindi

$$\begin{aligned} f(x) = f(x_1) + \frac{x - x_1}{h} \Delta f(x_1) + \frac{x - x_1}{h} \left(\frac{x - x_1}{h} - 1 \right) \frac{\Delta^2 f(x_1)}{2} + \\ + \frac{x - x_1}{h} \left(\frac{x - x_1}{h} - 1 \right) \left(\frac{x - x_1}{h} - 2 \right) \dots \\ \dots \left[\frac{x - x_1}{h} - (n - 1) \right] \frac{\Delta^n f(x_1)}{n!}, \end{aligned}$$

che è chiamata *formula d'interpolazione di Newton*.

Il problema dell'interpolazione può quindi essere precisato nel seguente modo:

Sia $f(x)$ una funzione della variabile x che in $x_0, x_1, \dots, x_n$, assume i valori $y_0, y_1, \dots, y_n$, e φ una qualsiasi funzione che coincide con f in $x_0, x_1, \dots, x_n$: allora la φ dicesi una funzione *interpolante* di f , ed il processo di sostituire alla f la φ (in una dato intervallo) prende il nome di *interpolazione*.

Istogramma (ἱστόγραμμα = *tela*). Rappresentazione grafica nel piano, costruita secondo i principii della geometria analitica, in cui le frequenze delle singole modalità del fenomeno sono raffigurate per mezzo di aree. Si impiega prevalentemente per raffigurare distribuzioni di frequenza. In tal caso l'intera superficie del grafico rappresenta la totalità delle frequenze e una data area rettangolare la frequenza dei valori compresi nell'intervallo della variabile indipendente che corrisponde alla base del rettangolo (Esempi: Tavv. 145, 149, 238, 246, 249 e 278).

Quando la scala orizzontale è suddivisa in intervalli uguali, la frequenza dei valori compresi in ciascun intervallo è proporzionale tanto alla superficie, quanto all'altezza di ciascun rettangolo. In tal caso si può indicare sull'asse verticale una scala di frequenze. Se invece la scala orizzontale procede per classi disuguali, una scala verticale non avrebbe alcun significato. Allora, per rendere possibile l'interpretazione numerica del grafico, si può procedere in uno dei modi seguenti: a) rappresentare con un quadrato l'unità di superficie equivalente a un dato numero di casi o a una data frazione della superficie totale; b) eseguire il grafico della « densità delle frequenze ». In corrispondenza del valore medio (o mediano) di ciascuna classe, si eleva un'ordinata di altezza proporzionale alla densità media delle frequenze nella classe, cioè al rapporto fra frequenza totale nella classe ed ampiezza dell'intervallo.

[Nella Tav. 278, benchè l'ultima classe sia molto più ampia delle precedenti (da 100 a oltre 200 mc.), la base del rettangolo è stata posta, per ragioni di spazio, uguale a quella delle classi di 5 mc. Perciò il rettangolo che rappresenta la frequenza dei consumi compresi nell'ultima classe *non fa parte dell'istogramma di frequenza*. I tre grafici rappresentano dunque l'andamento della densità delle frequenze solo nell'intervallo da 0 a 100 mc.].

Limite di una funzione. Data una funzione $f(x)$, ove x varia in un certo intervallo, si dice che *il limite di $f(x)$, per x che tende ad a , vale l* , se, scelto ad arbitrio un numero positivo ε , piccolo a piacere, si può trovare un altro numero positivo h tale che, per *tutti* i numeri x del dato intervallo, diversi da a , e che differiscono da a , in valor assoluto, meno di h , cioè tali che

$$\text{mod } (x - a) < h, \quad \text{risulti} \quad \text{mod } [f(x) - l] < \varepsilon.$$

In tal caso si scrive

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l.$$

Si dice poi che $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$, quando scelto ad arbitrio un numero positivo A (grande a piacere), si può trovare un altro numero positivo h tale che, per *tutti* i numeri x del dato intervallo, diversi da a , e per i quali

$$\text{mod } (x - a) < h,$$

risulti

$$f(x) > A.$$

Logaritmi. Se a è una quantità positiva, diversa da 1, ed A una quantità positiva qualunque, si chiama logaritmo in base a di A quell'esponente x tale che a^x valga A , cioè quella quantità di x che soddisfa all'equazione esponenziale $a^x = A$.

Per indicare che x è il logaritmo in base a di A , si scrive: $x = \log_a A$.

E' ovvio da quanto precede che l'*identità fondamentale dei logaritmi* è:

$$a^{\log_a A} = A$$

Le proprietà che discendono dalla definizione di logaritmo sono:

- 1) Il logaritmo di una potenza qualunque della base del sistema di logaritmi è l'esponente.
- 2) Il logaritmo di 1 in qualsiasi base vale 0.
- 3) Il logaritmo della base del sistema di logaritmi vale 1.
- 4) Il logaritmo di un numero negativo *non* esiste (nel campo dei numeri reali).
- 5) Se la base è maggiore di 1, il logaritmo di un numero è positivo o negativo, secondo che il numero è maggiore o minore di 1.
- 6) $\log 0 = -\infty$; $\log \infty = \infty$.
- 7) Se la base è > 1 e se $A > B$, si ha $\log_a A > \log_a B$. (Vedi funzione esponenziale).

Logaritmi di Briggs (briggiani, decimali) sono logaritmi di base 10, i quali hanno il vantaggio che, dato un numero scritto in forma decimale, il suo logaritmo in base 10 contiene una parte intera (*caratteristica*) che si determina immediatamente, ricordando che il logaritmo di 10 è 1 e i logaritmi delle successive potenze di 10 sono 2, 3, 4, ecc. Il logaritmo di 1 è 0. La parte decimale del logaritmo (*mantissa*) si ricava dalle apposite tavole.

Logaritmi neperiani o naturali (da NEPERO, J. NAPIER, matematico inglese inventore dei logaritmi, 1550-1617), hanno come base il numero irrazio-

nale $e = 2,71828...$, che è il limite a cui tende l'espressione $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ per n tendente all'infinito.

Logaritmico, D agramma. Grafico, in cui come unità di misura su un solo asse o su entrambi sono presi i logaritmi anzichè i valori originali delle variabili.

Si hanno così diagrammi *a scala semi-logaritmica* (o a semplice scala logaritmica) orizzontale o verticale, e diagrammi *a doppia scala logaritmica*. La costruzione di diagrammi logaritmici è facilitata dall'uso di apposita carta millimetrata in cui sono tracciate le linee corrispondenti ai numeri naturali o a potenze di 10, con l'indicazione di tali numeri; le distanze delle linee dall'origine sono proporzionali ai logaritmi. Esempi; grafici a scala orizzontale logaritmica: Tav. 157; grafici a scala verticale logaritmica: Tavv. 4, 71, 97, 189; grafico a doppia scala logaritmica: Tav. 253.

Logistica, Curva. Con riferimento ad un gruppo chiuso di popolazione si indichi con $p(x)$ la popolazione al tempo x e con $p(x+h)$ la popolazione al tempo $x+h$.

La differenza fra $p(x+h)$ e $p(x)$ sarà costituita dall'eccedenza dei nati nell'intervallo h sui morti nello stesso intervallo.

Se la durata h che si considera è piccolissima, si può ammettere che tanto i decessi quanto le nascite verificatesi nell'intervallo $(x, x+h)$ siano proporzionali a $p(x)$ ed a h .

Perciò sarà lecito scrivere approssimativamente:

N° delle nascite fra x ed $x + h = N(x) p(x) h$

N° dei decessi fra x ed $x + h = M(x) p(x) h$

avendo indicato con $N(x)$ ed $M(x)$, rispettivamente, i coefficienti grezzi di natalità e mortalità.

Si avrà dunque

$$[1] \quad \frac{p(x+h) - p(x)}{h} = p(x) [N(x) - M(x)]$$

e nell'ipotesi che alle funzioni introdotte siano applicabili tutte le operazioni di calcolo, passando al limite per $h \rightarrow 0$, si avrà

$$[2] \quad \frac{p'(x)}{p(x)} = \varphi(x) = N(x) - M(x),$$

dove $\varphi(x)$ ha significato di *tasso istantaneo di accrescimento* (o di *sviluppo*) di una popolazione.

Supposto che

$$N(x) = a - b p(x) \quad ; \quad M(x) = d + f \cdot p(x)$$

si otterrà (posto $A = a - d$; $B = b + f$; $A > 0$; $B > 0$)

$$[3] \quad \varphi(x) = A - B p(x)$$

ovverosia

$$[4] \quad p'(x) = A p(x) - B p^2(x).$$

La [3] rappresenta formalmente l'ipotesi del Verhulst inerente al tasso istantaneo di accrescimento della popolazione.

Posto $A/B = \beta$, l'integrazione della [4] dà

$$[5] \quad p(x) = \frac{\beta}{1 + \lambda e^{-Ax}}$$

che è l'equazione della « *curva logistica* » secondo Verhulst.

(Cfr. P. F. VERHULST, *Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement*, in « Correspondance math. et physique de l'Observatoire de Bruxelles », t. X, 1838; ID., *Recherches mathématiques sur la loi d'accroissement de la population*, in « Mémoires de l'Académie Royale des Sciences », t. XXIII, 1844; ID., *Deuxième mémoire sur la loi d'accroissement de la population*, ibidem, t. XXX, 1846).

Se in luogo della [3] si considera per il tasso istantaneo di sviluppo della popolazione

$$[6] \quad \varphi(x) = A - m p(x) - \frac{B}{p(x)},$$

la [6] è l'equazione differenziale del movimento della popolazione che, integrata, porge

$$[7] \quad p(x) = a + \frac{\beta - \alpha}{1 + m e^{-\gamma x}},$$

avendo posto

$$\frac{A}{m} = \alpha + \beta \quad ; \quad \frac{B}{m} = \alpha \beta \quad ; \quad \beta > \alpha > 0.$$

La [7] è l'equazione della « *curva logistica* » secondo R. Pearl e L. J. Reed, che comprende come caso particolare ($\alpha = 0$; $m = \lambda$; $\gamma = A$) quella di Verhulst. (Cfr. R. PEARL e L. J. REED, *On the rate of growth of the population of the U.S.A. since 1790 and its mathematical representation*, in « *Proceedings of the National Academy of Science* », vol. VI, 1920; ID., *On the mathematical theory of population*, in « *Metron* », vol. III, N. 1, 1923; R. PEARL, *Studies in human biology*, Baltimore, 1924).

[Per ulteriori generalizzazioni cfr. F. GIACCARDI, *Sulla rappresentazione teorica del movimento della popolazione in un ciclo di espansione*, in « *Rivista internazionale di scienze sociali* », marzo, 1939].

La curva logistica è stata ideata per rappresentare la legge di evoluzione di una popolazione (e in genere di una specie vivente) in base alle ipotesi (cfr. [4]) che, da una parte, la popolazione tenda, rispetto al tempo, a moltiplicarsi con legge esponenziale e che, d'altra parte, a tale sviluppo si opponga una resistenza proporzionale al quadrato della popolazione. Questa resistenza è da intendersi come costituita dalla limitazione dei mezzi di sussistenza.

Media (*moyenne, Durchschnitt, average*). Una delle caratteristiche fondamentali della *distribuzione di frequenza* (V.) e cioè quella che indica la *tendenza centrale* (il centro di gravità, la zona di addensamento delle frequenze, ecc.) della distribuzione. Fra le medie più usate sono la *media aritmetica* (V.), la *norma o moda* (V.) e la *mediana* (V.). Altre medie sono: la *media geometrica*, la *media armonica*, ecc.

Mediana (valore mediano o centrale). In una successione non crescente o non decrescente, cioè tale che ogni dato della successione sia non inferiore ($\geq$) o, rispettivamente non superiore ($\leq$) al successivo, si dice mediana o valore centrale quel valore che bipartisce la successione, così che una metà dei termini gli rimanga non inferiore e l'altra metà non superiore.

Medie, Proprietà delle. Si consideri l'espressione generale:

$$[1] \quad M_m = \sqrt[m]{\frac{\sum_{i=1}^n a_i^m}{n}}$$

in cui a_i rappresenta l' i -esimo dato statistico ($i = 1, 2, \dots, n$) ed m un numero reale qualunque, essendo $a_i > 0$.

Si dimostra che la [1] è un valore medio, cioè che il suo valore numerico risulta in ogni caso non inferiore al più piccolo dei dati e non superiore al più grande di essi.

Inoltre M_m è funzione crescente di m , sicchè p. es.: $M_m > M_{m-1}$ ed in particolare,

$$M_2 > M_1 > M_0 > M_{-1}.$$

Ma per $m = 2$ è

$$M_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n a_i^2}{n}}$$

cioè M_2 è la *media quadratica*.

Per $m = 1$, si ha

$$M_1 = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n},$$

cioè M_1 è la *media aritmetica*.

Per $m = -1$, risulta

$$M_{-1} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n a_i^{-1}}{n} \right)^{-1} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i}},$$

cioè M_{-1} è la *media armonica*.

Risulta ancora che

$$\lim_{m \rightarrow 0} M_m = M_0 = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

cioè M_0 è la *media geometrica*.

Proprietà fondamentali della media aritmetica sono:

1°) Quella risultante dal principio di minimo, ossia di rendere *minima* la somma dei quadrati degli scarti *lineari*;

2°) Quella di rendere *nulla* la somma algebrica degli scarti *lineari*.

Analoghe proprietà competono alle altre medie quando si considerino, in luogo degli scarti lineari, scarti quadratici per la media quadratica, scarti logaritmici per la media geometrica, scarti inversi per la media armonica, ecc.

In altre parole:

$$\begin{array}{l} \text{la media quadratica} \\ \text{la media geometrica} \\ \text{la media armonica} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{rende minima la somma dei quadrati degli scarti qua-} \\ \text{dratici,} \\ \text{rende nulla la somma algebrica degli scarti quadratici,} \\ \text{rende minima la somma dei quadrati degli scarti loga-} \\ \text{ritmici,} \\ \text{rende nulla la somma algebrica degli scarti logaritmici,} \\ \text{rende minima la somma dei quadrati degli scarti inversi,} \\ \text{rende nulla la somma algebrica degli scarti inversi,} \end{array} \right.$$

ecc.

Si può verificare subito che

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (a_i - M_1)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i^2 + M_1^2 - 2 M_1^2 = M_2^2 - M_1^2$$

(e quindi $M_2 > M_1$).

La relazione ora scritta pone in evidenza che la media dei quadrati degli scarti lineari è uguale alla differenza fra il quadrato della media quadratica ed il quadrato della media aritmetica degli scarti medesimi.

Alla quantità

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - M_1)^2}{n}} = \sqrt{M_2^2 - M_1^2}$$

si dà il nome di *scarto quadratico medio*. σ è un *indice di dispersione*.

La media tra somme di potenze di esponenti m ed $m - 1$ (con m intero) è espressa da

$$S_m = \frac{\sum_{i=1}^n a_i^m}{\sum_{i=1}^n a_i^{m-1}} \quad (\text{Schl\"omilch})$$

che si riduce alla media aritmetica per $m = 1$, alla media armonica per $m = 0$ ed alla media antiarmonica per $m = 2$.

Minimi quadrati, Metodo dei. Sia $y = f(x)$ la funzione perequatrice prescelta per un fenomeno di cui si conosca una successione $y_1, y_2, \dots, y_n$ di dati corrispondenti ai valori $x_1, x_2, \dots, x_n$ della variabile.

Se alla x nella funzione, si attribuiscono i valori $x_1, x_2, \dots, x_n$, la funzione assume valori che indichiamo con $f_1, f_2, \dots, f_n$, rispettivamente.

Il criterio fondamentale del metodo sta nel porre la condizione che i valori y_i con i variabile da 1 ad n ed i corrispondenti f_i devono essere tali che la somma dei quadrati delle loro differenze risulti minima, cioè

$$[I] \quad \sum_{i=1}^n (y_i - f_i)^2 = \text{minimo}.$$

Nel primo membro compaiono le costanti della funzione f da determinare. Se s'indicano queste con $a, b, c, \dots$ si vuole che esse riescano tali che rimanga soddisfatta la condizione precedente.

Indicando con $F(a, b, c, \dots)$ il primo membro della [I], deve essere

$$F(a, b, c, \dots) = \text{minimo}.$$

Si tratta di costruire le equazioni

$$\frac{\partial P}{\partial a} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial P}{\partial b} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial P}{\partial c} = 0 \quad ; \quad \dots$$

che sono in numero pari alle costanti da determinare.

Si ha, cioè, un sistema di equazioni perfettamente determinato, la cui risoluzione fornisce i valori delle costanti.

Moda (v. *Norma*).

Modalità (di un carattere). Forma o modo particolare di essere di un carattere. Per esempio, sono modalità del carattere « sesso »: *maschio* e *femmina*; del carattere « stato civile »: *celibe*, *coniugato*, *vedovo*, *divorziato*.

Per i caratteri misurabili si può parlare di *intensità* anzichè di *modalità*, essendovi fra le varie modalità di tali caratteri una differenza di grado e non di qualità. Per esempio, il carattere « numero dei figli » (di una madre) può assumere le intensità (i valori) 0, 1, 2, 3, ecc.

Natalità. Rapporto fra nati (vivi oppure vivi e morti) e popolazione.

Norma (o *moda*). In una distribuzione di frequenza, valore o classe, a cui corrisponde la massima densità delle frequenze, se la variabile assume solo valori discreti (variabile discontinua) la norma è il valore che si osserva il massimo numero di volte. Se la variabile è continua e il campo di variazione è diviso in n classi uguali, è *classe normale* quella a cui corrisponde il massimo di frequenze.

Normale. (Curva normale di frequenza). La curva di equazione:

$$y = \frac{N}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-A)^2}{2\sigma^2}}$$

dove:

- N è il numero totale delle osservazioni;
- A è la media aritmetica delle osservazioni;
- σ è lo scostamento quadratico medio;
- e la base dei logaritmi naturali.

Sono sinonimi di curva normale di frequenza: curva normale di distribuzione; curva di probabilità. La curva normale ha forma di campana, è simmetrica rispetto alla media, con punti di flesso in corrispondenza di $+\sigma$ e $-\sigma$ dalla media.

Approssimativamente 68% della distribuzione è incluso nell'intervallo $A \pm \sigma$, mentre 99,7% è incluso nell'intervallo $A \pm 3\sigma$.

(Perciò si usa dire che, se il fenomeno osservato segue la legge normale, c'è la « certezza pratica » che un elemento della distribuzione preso a caso sarà incluso nell'intervallo $A \pm 3\sigma$).

La curva normale è largamente usata per l'importante proprietà di essere un'ottima approssimazione di numerose distribuzioni osservate statisticamente.

Nosologica, Nomenclatura ($\nu\acute{\iota}\sigma\omicron\varsigma = malattia$). Elenco di malattie, compilato generalmente per scopi di classificazione statistica (v. § 23).

Ogiva di frequenza, o poligono integrale di frequenza. Rappresentazione grafica della distribuzione integrale di frequenza. Data una tavola che indichi le frequenze $y_1, y_2, \dots, y_n$ dei valori compresi fra x_0 e x_1 , fra x_1 e $x_2, \dots, x_{n-1}$ e x_n , la distribuzione integrale di frequenza indica le frequenze totali $P_1 = y_1, P_2 = y_1 + y_2, \dots, P_n = y_1 + y_2 + \dots + y_n$ dei valori inferiori a $x_1, x_2, \dots, x_n$. P_n è evidentemente il totale delle frequenze.

In un *grafico cartesiano* (V.) la successione $P_1, P_2, \dots, P_n$ non è mai decrescente; anzi è sempre crescente se tutti gli y sono maggiori di 0. Per n abbastanza grande, e quando la distribuzione di frequenza originale è piuttosto regolare, il poligono integrale di frequenza si avvicina sensibilmente a una curva continua, l'*ogiva*.

Generalmente P_n si pone nel grafico uguale all'unità; ciò permette fra l'altro di trovare immediatamente la mediana, che non è altro che l'ascissa del punto di intersezione con l'ogiva di una parallela all'asse X passante per $\frac{1}{2}P_n$. Analogamente si trovano i quartili, i decili, ecc. (v. § 15 e Tav. 19).

Esempi di rappresentazione grafica della distribuzione integrale di frequenza:

- a) a scala naturale: Tav. 48;
- b) a scala orizzontale logaritmica: Tav. 157;
- c) a doppia scala logaritmica: Tav. 253.

Ordinata (v. *Cartesiano* [Grafico]).

Perequazione. Procedimento che ha lo scopo di livellare (rendere regolari) successioni statistiche o distribuzioni di frequenza. Distinguiamo perequazioni grafiche, perequazioni meccaniche e perequazioni analitiche. La *perequazione*

grafica consiste nel rappresentare graficamente il fenomeno e nel sostituire alle spezzate fornite dai diagrammi o dagli istogrammi, curve continue disegnate a occhio che, mentre eliminano le irregolarità accidentali, mettono in luce l'andamento del fenomeno. La *perequazione meccanica*, o *aritmetica*, detta anche *perequazione per medie mobili*, consiste nel sostituire a ciascun termine della successione la media dei tre, cinque, sette... termini, rispetto ai quali quel termine è centrale.

Perequazione analitica. Se indichiamo con $x_0, x_1, \dots, x_n$ le modalità di un determinato carattere e con $y_0, y_1, \dots, y_n$ le frequenze statistiche corrispondenti, e se ammettiamo che i dati siano affetti da errori accidentali, la perequazione analitica consiste nel costruire una funzione $y = f(x)$ che per i diversi valori di x dia i valori più probabili di y , supposti eliminati i fattori perturbanti (v. §§ 10, 190).

Per ridurre al minimo l'arbitrarietà di una perequazione essa suole essere controllata, nell'ipotesi fatta, in base ai presupposti del calcolo delle probabilità; precisamente il criterio da seguire è quello di sostituire alle frequenze osservate f'_x altri numeri f_x che abbiano un andamento regolare e tale, inoltre, che gli scarti $f'_x - f_x$ presentino tutte quelle particolarità che attendibilmente si presenterebbero qualora i numeri f_x fossero effettivamente le probabilità richieste.

π o numero di Ludolf. Simbolo indicante il rapporto fra la circonferenza e il diametro di un cerchio ($\pi = 3,14159\dots$).

π_x . Simbolo demografico-attuariale per « vita mediana » (o probabile) all'età x . E' il numero di anni che devono passare perchè l_x sopravviventanti si riducano alla metà.

Poligono di frequenza. Rappresentazione grafica di una *distribuzione di frequenza* (V.). Se per ogni valore osservato della variabile indipendente $x_1, x_2, \dots, x_n$ si rappresenta con un segmento ($y_1, y_2, \dots, y_n$) la corrispondente frequenza, si otterrà una successione di punti di coordinate $(x_1 y_1), (x_2 y_2), \dots, (x_n y_n)$. Congiungendo i punti contigui si ottiene una spezzata che, insieme all'asse X ed eventualmente alla prima e all'ultima ordinata, racchiude una superficie poligonale.

Poligono integrale di frequenza (v. *Ogiva*).

Probabilità. Diamo tre diverse definizioni:

1) Sia n il numero totale dei modi, escludentisi a vicenda ed ugualmente verosimili, in cui può presentarsi un evento in determinate condizioni.

Se m di questi modi (o casi o eventualità) sono designati come l'evento A , allora la probabilità (matematica o *a priori*) dell'evento A in quella circostanza

è $\frac{m}{n}$. Per esempio, se si deve estrarre una pallina da un'urna contenente

due palline bianche e tre rosse, la probabilità di estrarre una palla bianca è $\frac{2}{5}$ e la probabilità di estrarne una rossa è $\frac{3}{5}$.

(Questa definizione contiene una tautologia in quanto « ugualmente verosimile » significa ugualmente probabile; tuttavia il significato intuitivo di probabilità è utile.)

Appendice B

2) Se in una serie casuale di n prove di un evento, con m favorevoli, il rapporto $\frac{m}{n}$ ha il limite P allorché n cresce indefinitamente, allora P è la probabilità dell'evento m . Questa affermazione si può modificare nel senso che, se è praticamente certo che $\frac{m}{n}$ è approssimativamente uguale a P allorché n è molto ampio, allora P è la probabilità dell'evento m .

3) Un terzo tipo di definizione è basato su talune affermazioni assiomatiche, la cui applicazione a situazioni particolari è lasciata alla abilità dello statistico.

Se in una serie di N elementi, n sono considerati elementi A , allora la probabilità che un elemento della serie sia A è n/N .

Tutte le definizioni suindicate presentano difficoltà logiche o pratiche, ma nelle usuali applicazioni danno di solito i medesimi valori numerici.

Probabilità empirica o « a posteriori ». Se in una serie di prove un evento si è verificato n volte e non si è verificato m volte, la probabilità che esso si verifichi nella prossima prova è

$$\frac{n}{m + n} :$$

Nel determinare la *probabilità empirica* si ammette che non esista alcuna informazione sulla probabilità del verificarsi dell'evento all'infuori delle prove passate. La probabilità per un individuo di sopravvivere ad una qualsiasi età, basata sopra una tavola di mortalità, cioè su esperienze passate, è una *probabilità empirica*.

Prolificità. L'essere prolifico, l'avere molti figli. Nel presente *Manuale* il termine *prolificità* è usato normalmente in senso più ristretto, e cioè di numero complessivo di figli nati entro una certa età della madre o entro una certa durata del matrimonio, riferito al numero delle madri o dei matrimoni esistenti al principio del periodo di osservazione o in altro momento. Sull'impiego dei termini *fecondità*, *fertilità*, ecc. si veda la voce *Fecondità*.

Protogenetica o protogenesica, Curva o tavola. Mostra la frequenza delle prime nascite in funzione del tempo trascorso dal matrimonio ed eventualmente di altre variabili. Termine introdotto dal KNIBBS.

Quartili. *Primo quartile* è quel valore che, in una successione di dati posti in ordine crescente di grandezza è preceduto da $\frac{1}{4}$ dei casi e seguito da $\frac{3}{4}$. *Secondo quartile*, coincide con la *mediana* (V.). *Terzo quartile* è quel valore che nella successione suindicata è preceduto da $\frac{3}{4}$ dei casi e seguito da $\frac{1}{4}$.

q_x . Simbolo demografico-attuariale per « probabilità di morte all'età x », secondo una data tavola di mortalità (cfr. § 8).

Rappresentazione grafica (v. *Cartogramma*; *Diagramma*; *Grafico*; *Istogramma*; *Stereogramma*).

Reddito medio è quello che risulterebbe attribuito a ciascun individuo della collettività se il reddito totale venisse egualmente distribuito. Onde per-

venire ad una sua valutazione si assuma la curva di ripartizione totale (del Pareto) di equazione

$$[1] \quad N(x) = \frac{A}{(x+a)^\alpha}, \quad (\alpha > 1)$$

Poichè $-dN(x)$ è il numero di persone il cui reddito è compreso fra x ed $x+dx$ e $-\frac{dN(x)}{dx}$ quello delle persone aventi il reddito x , la somma dei redditi superiori ad x sarà rappresentata dall'ordinata della curva

$$[2] \quad R(x) = - \int_x^\infty x \frac{dN(x)}{dx} \cdot dx.$$

Essendo

$$\frac{dN(x)}{dx} = -N(x) \cdot \frac{\alpha}{x+a}$$

si avrà, a calcoli fatti,

$$R(x) = N(x) \cdot \frac{\alpha x + a}{\alpha - 1}.$$

Se c è il minimo imponibile la precedente espressione diviene

$$[3] \quad \frac{R(c)}{N(c)} = \frac{\alpha c + a}{\alpha - 1},$$

rapporto che esprime il reddito medio quando non si tenga conto dei redditi inferiori al minimo imponibile.

Scarti (scostamenti o deviazioni) sono chiamati le differenze tra ogni valore osservato e la media aritmetica dei valori. La media aritmetica degli scarti quadratici corrispondenti a quei valori sarà nulla, se tutti i valori saranno eguali fra loro e sarà, fra l'altro, una funzione crescente degli scarti numerici. Poichè misura la disuguaglianza media dei valori rispetto al loro livello medio, lo scarto potrà anche essere assunto come un indice del grado di dispersione (o della variabilità).

Scostamento (v. anche *Errore*). Scostamento semplice medio, è la media aritmetica dei valori assoluti (presi cioè tutti di segno positivo) degli scostamenti di n termini dalla loro media aritmetica. Se $x_1, x_2, \dots, x_n$ sono i valori osservati e M la loro media aritmetica, lo scostamento semplice medio è dato da:

$$s = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - M|}{n}$$

Nel caso di una distribuzione di frequenza in cui uno scostamento generico $x_i - M$ si presenta con la frequenza v_i si ha invece:

$$s = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - M| v_i}{\sum_{i=1}^n v_i}$$



Scostamento quadratico medio (σ), errore quadratico medio, deviazione *standard* (*Ecart quadratique, mittlerer Fehler, standard deviation*); è la media quadratica degli scostamenti lineari dei dati x_i ($i=1, 2, \dots, n$) dalla loro media aritmetica. Se $x_1, x_2, \dots, x_n$ sono i valori osservati e M la loro media aritmetica, lo scostamento quadratico medio è:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M)^2}{n}}$$

e nel caso di una distribuzione di frequenza:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M)^2 y_i}{\sum_{i=1}^n y_i}}$$

Sovraffollamento. Addensamento di numerose persone in piccolo spazio di abitazione. Si considera generalmente sovraffollata un'abitazione in cui vi siano almeno due persone per stanza.

Speranza media di vita, vita media all'età x (*vie moyenne, mittlere Lebenserwartung, complete expectation of life*) rappresentata dal simbolo $\bar{e}_x$. Con riferimento a una tavola di sopravvivenza, è il numero medio di anni di vita che rimangono agli l_x sopravvissuti all'età x . Supponendo che tutti i decessi in una classe di età siano concentrati a metà dell'intervallo, è, approssimativamente:

$$\bar{e}_x = \frac{1}{2} + \frac{l_{x+1} + l_{x+2} + \dots + l_{\omega-1}}{l_x}$$

In una popolazione stazionaria la speranza media di vita all'età 0 ($\bar{e}_0$), è eguale al reciproco del tasso medio di mortalità (v. § 14).

“ **Standard deviation** „ (v. *Scostamento quadratico medio*).

Stereogramma. Rappresentazione grafica, nello spazio a tre dimensioni, costruita secondo i principii della geometria analitica, in cui le intensità del fenomeno considerato sono rappresentate mediante figure solide. Tale rappresentazione si può usare anche quando si tratti di un fenomeno considerato in funzione di una sola variabile, benchè in tal caso sia più semplice ricorrere ai diagrammi. E' invece la rappresentazione più efficace di un fenomeno visto in funzione di due variabili. Per esempio, volendo rappresentare la frequenza dei matrimoni in funzione dell'età degli sposi e delle spose, si tratterà su un piano orizzontale una rete di coordinate delimitanti un certo numero di rettangoli che corrispondono a una data combinazione di classi di età (per es.: sposo 25-30, sposa 20-25). Sopra ogni rettangolo si erige quindi un prisma di volume proporzionale alla frequenza della combinazione matrimoniale considerata. L'insieme di tutti i prismi costituisce lo stereogramma. Facendo diventare infinitamente piccoli i rettangoli base, e infinitamente grande il numero delle osservazioni, la superficie esterna dello stereogramma può avvicinarsi a una superficie curva continua.

Unimodale. Avente una sola *moda o norma* (V.). Dicesi di curve di frequenza aventi un unico massimo, per contrapposto alle curve *zeromodali, bimodali, plurimodali*.

Variabile. Grandezza capace di assumere un numero finito o infinito di valori.

Variabile casuale (o aleatoria) è una grandezza X che può assumere in una prova uno dei valori $x_1, x_2, \dots, x_n$ secondochè si verifichi rispettivamente uno degli eventi *incompatibili* $E_1, E_2, \dots, E_n$ di probabilità $p_1, p_2, \dots, p_n$, tali che $\sum_{s=1}^n p_s = 1$.

E' una variabile casuale p. es., il punto che si presenta quando si lancia un dado; essa può assumere i valori 1, 2, ..., 6 ciascuno con probabilità 1/6; gli eventi che si considerano sono incompatibili e la somma delle loro probabilità è uno.

L'esame di qualunque gioco può ricondursi alla considerazione di una variabile casuale; di più la nozione di variabile casuale è fondamentale per tutte le questioni a cui il calcolo delle probabilità possa applicarsi.

Valore medio di una variabile casuale è, per definizione, la somma dei prodotti dei valori che essa può assumere per le rispettive probabilità; perciò

$$M(X) = \sum_{s=1}^n p_s x_s.$$

Variabile statistica. Grandezza che assume in una data distribuzione i valori $x_1, x_2, \dots, x_n$ con le frequenze $y_1, y_2, \dots, y_n$.

Variabilità (od anche *dispersione*) è detta — nel linguaggio tecnico delle scienze in cui si applica il metodo statistico — la proprietà che presenta un fenomeno (od un carattere) di assumere differenti valori o qualità. Se i fenomeni ed i caratteri sono suscettibili di valutazione si calcolano anche indici idonei a misurare il grado di dispersione.

Vita media (v. *Speranza di vita*).

Vita mediana, vita probabile (π_x), in una tavola di sopravvivenza. Numero di anni che deve passare perchè l_x sopravvivenenti di età x si riducano alla metà.

Vita probabile (v. *Vita mediana*).

Zeromodale, non avente moda o norma. Dicesi di curve o distribuzioni di frequenza non aventi un massimo. Fra queste sono le curve iperboliche (v. *Bimodale; Unimodale*).

APPENDICE C

ALCUNE REGOLE PRATICHE SULLE RAPPRESENTAZIONI GRAFICHE

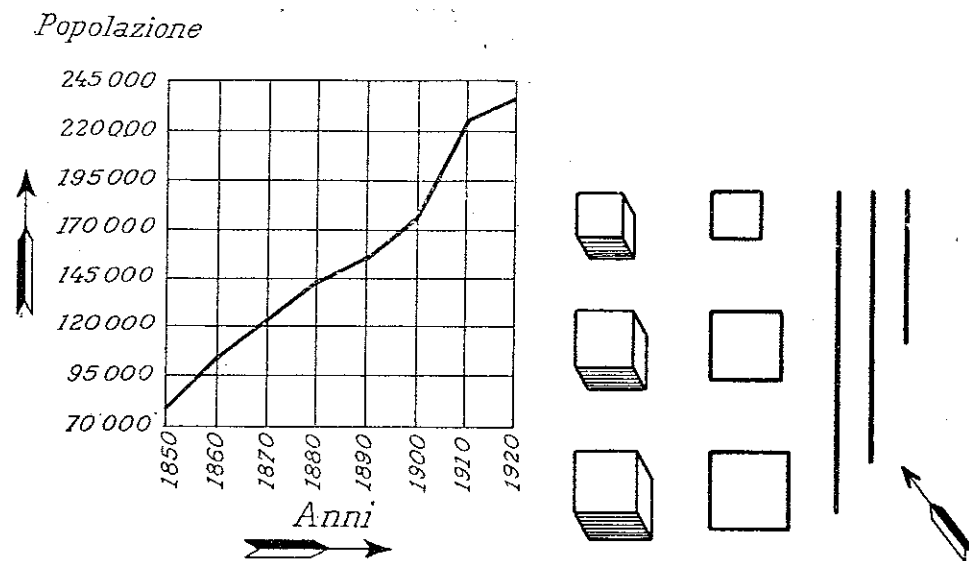
I grafici hanno il pregio di rappresentare in modo conciso ed efficace, e meglio di quanto non possano fare le tabelle numeriche, l'andamento di molti fenomeni fisici, biologici e sociali, e perciò trovano ampia applicazione in tutti i rami della scienza e degli affari. Ma la stessa vastità del campo di applicazione fa sentire la necessità di attenersi ad alcune regole uniformi che rendano i grafici facilmente intelligibili a chiunque, indipendentemente dall'oggetto.

Nel 1915 venne costituito negli Stati Uniti d'America un Comitato per lo studio dei tipi di rappresentazioni grafiche (Joint Committee on Standards for Graphic Presentation), presieduto da W. C. Brinton e composto dei rappresentanti di vari enti, come la Società degli ingegneri, l'Associazione statistica, la Società per il progresso delle scienze, ecc.

Nel suo rapporto preliminare (illustrato da molti esempi), il Comitato suggerì 17 regole per semplificare e ridurre ad un tipo comune le rappresentazioni grafiche.

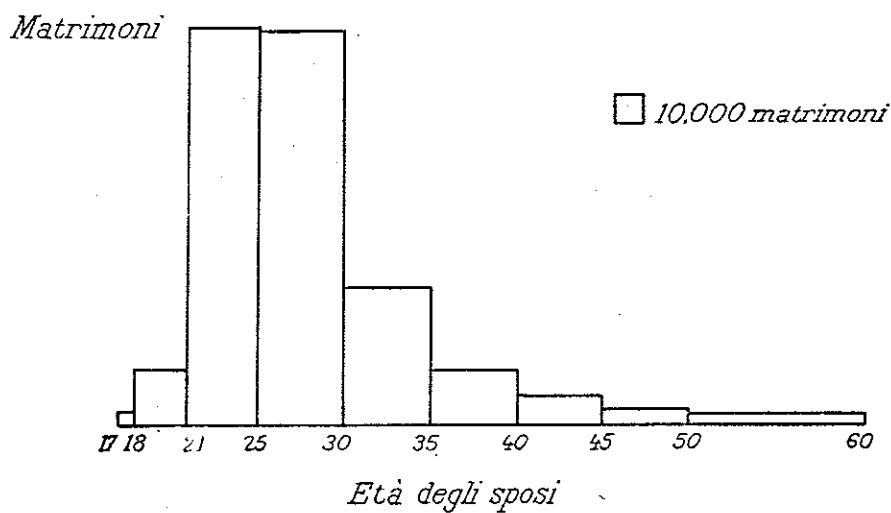
Riproduciamo qui alcune di tali regole (numeri 2, 3, 5-13, 18) aggiungendovene altre dieci non comprese nel suddetto rapporto.

1. — I diagrammi semplici sono i più efficaci.



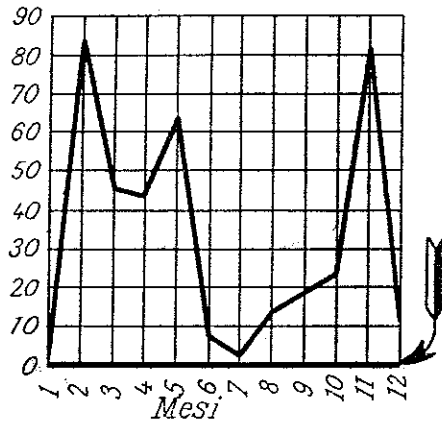
2. — Le scale del diagramma devono procedere di regola da sinistra verso destra e dal basso all'alto.

3. — Si rappresentino, se possibile, quantità mediante lunghezze, anzichè mediante superfici o volumi.

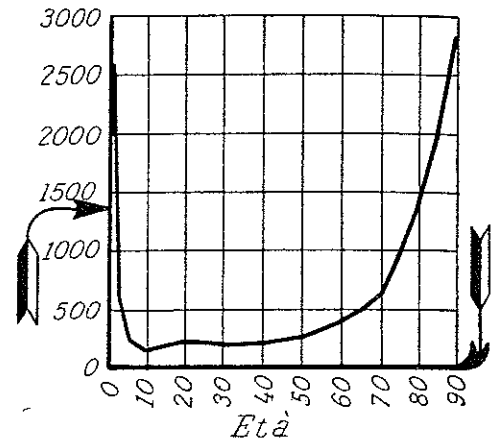


4. — Ma quando si tratta di distribuzioni di frequenza, e specialmente se la scala di misura procede per classi disuguali, sono da preferirsi le rappresentazioni a mezzo di superfici.

mm. di pioggia



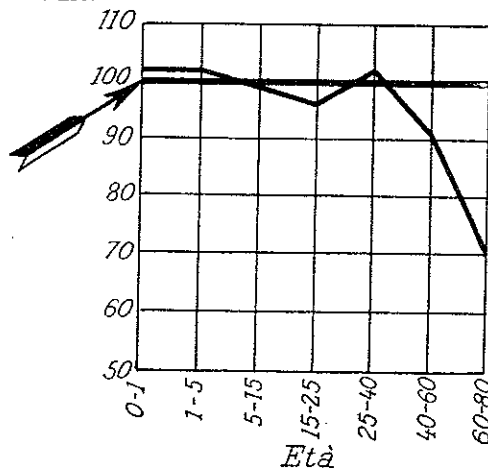
*Morti per
10000 viventi*



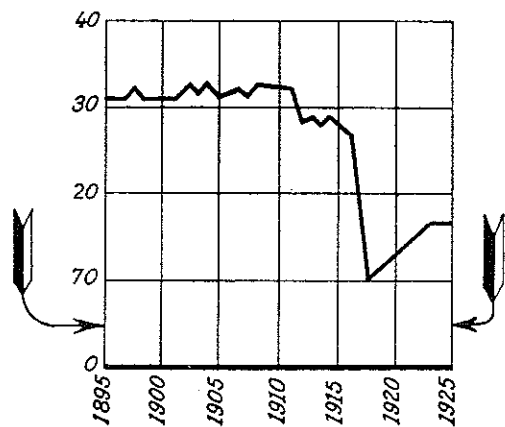
5. — Se possibile, si scelga la scala verticale in modo che la linea dello zero apparisca sul diagramma.

6. — Le linee corrispondenti allo zero devono essere più marcate delle altre coordinate.

*Percentuale maschi
sulle femmine*

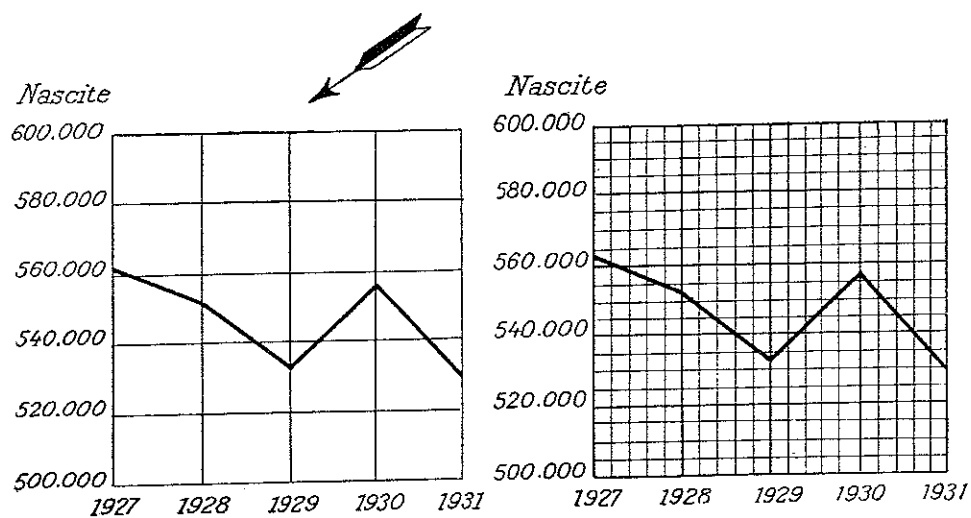


*Nascite per
1000 abitanti*

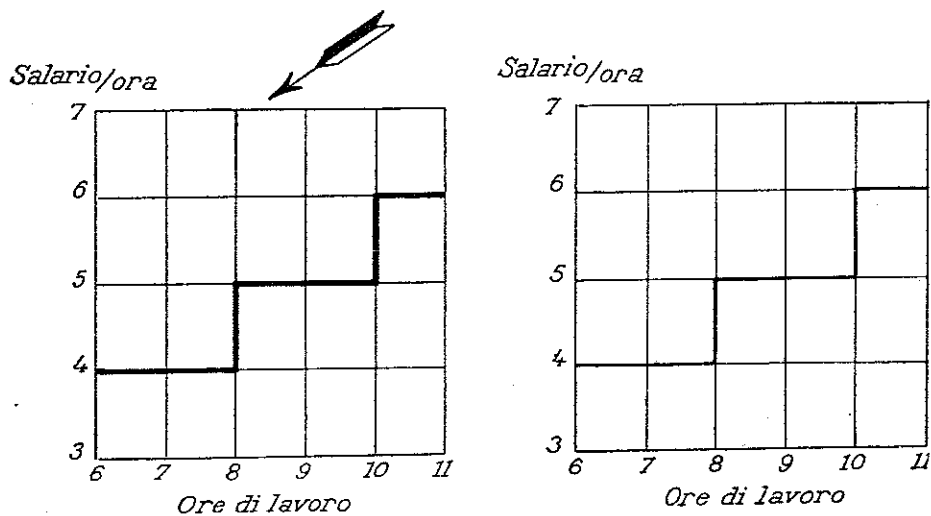


7. — Nei grafici che rappresentano percentuali è consigliabile disegnare in grosso la linea del 100%.

8. — Nei diagrammi che rappresentano serie di tempo è meglio non disegnare in grosso la prima e l'ultima ordinata.

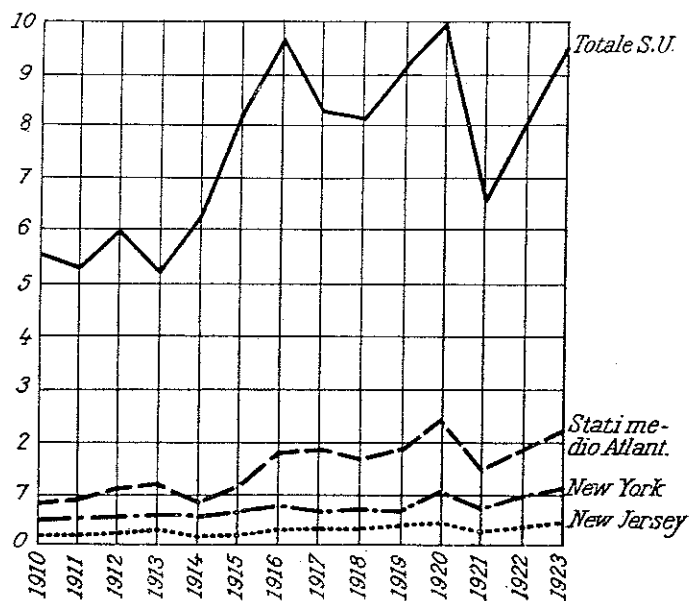


9. — Sul grafico non vi devono essere più coordinate di quante occorrono per guidare l'occhio nella lettura.

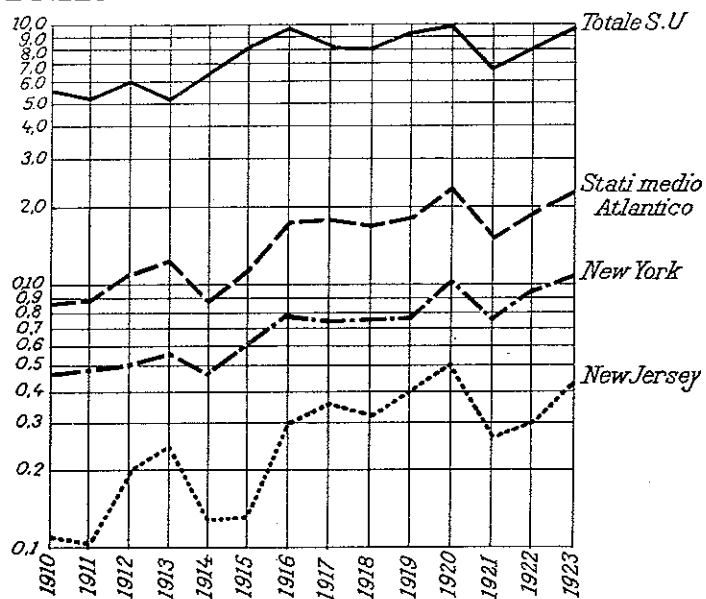


10. — La curva o le curve che rappresentano il fenomeno devono essere facilmente distinguibili e quindi più grosse delle coordinate.

Milioni di Dollari



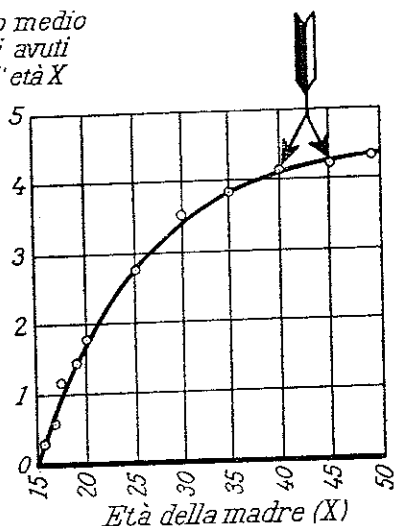
Milioni di Dollari



Vendite della « Acme Corporation » in alcuni Stati.
F. C. MILLS, *Statistical Methods*.

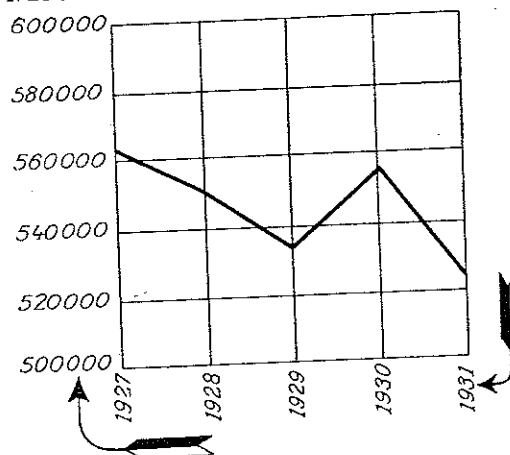
11. — Quando si vogliono mettere in rilievo le variazioni relative anziché le variazioni assolute di un fenomeno è opportuno ricorrere alla scala logaritmica.

Numero medio
dei figli avuti
fino all'età X



12. — E' opportuno rappresentare sul diagramma i punti corrispondenti alle singole osservazioni. Ciò è indispensabile nel caso di curve interpolate.

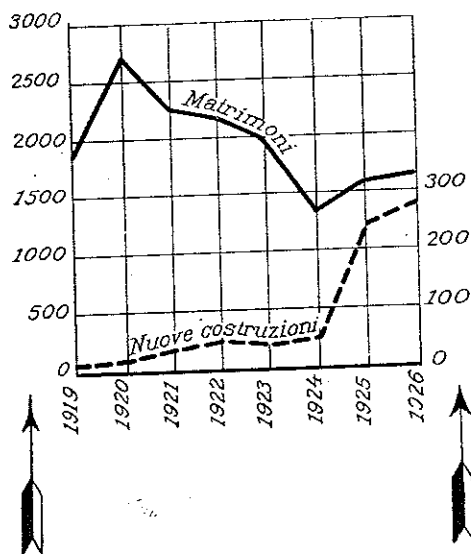
Nascite



13. — Le cifre devono apparire a sinistra della scala verticale e al disotto della scala orizzontale.

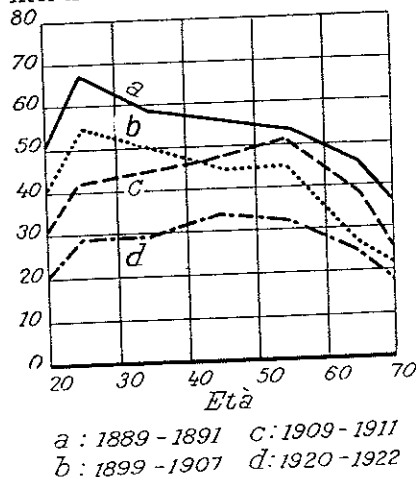
Matrimoni

Nuove
costruzioni

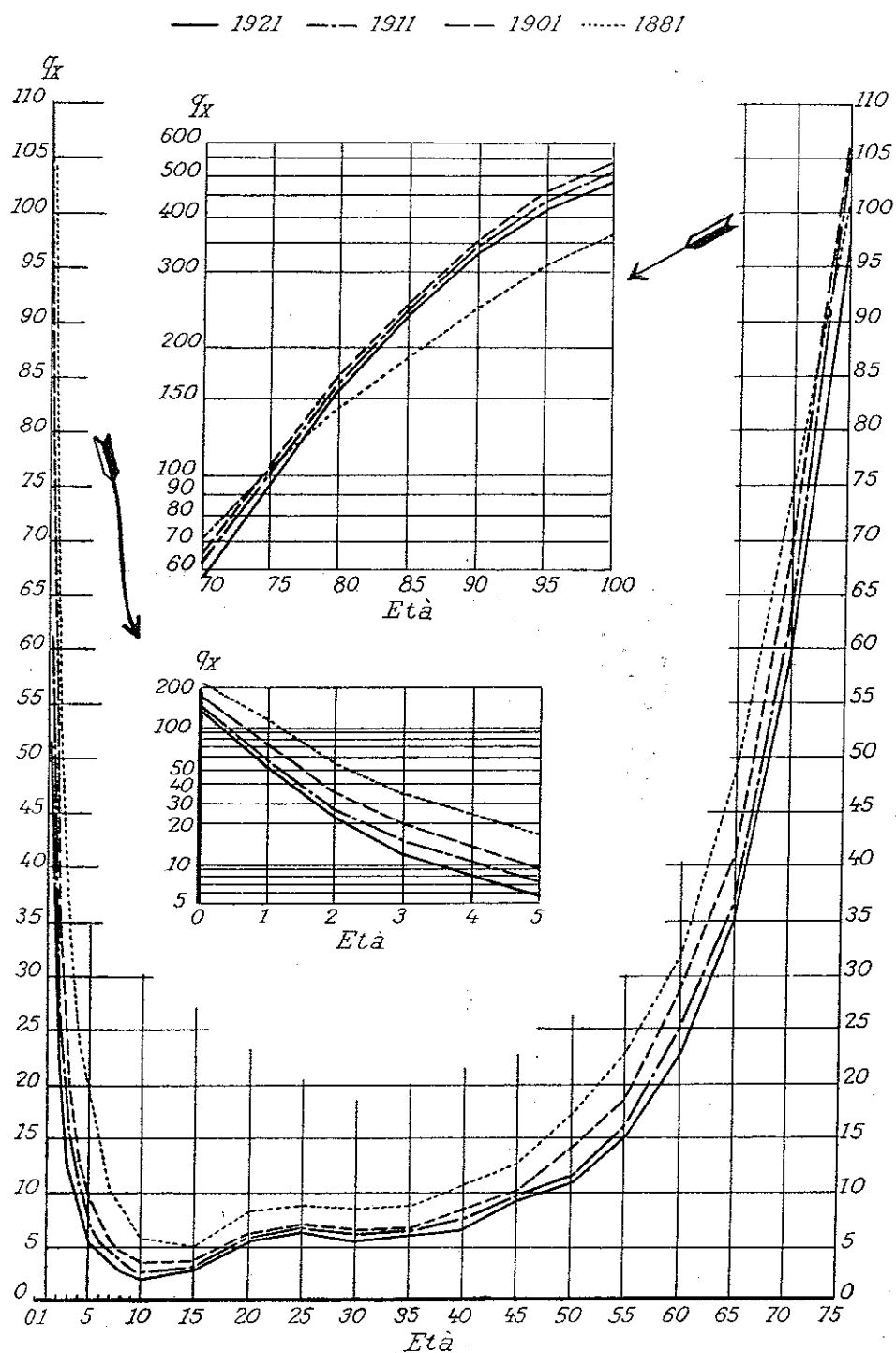


14. — Quando si rappresentano sullo stesso grafico due fenomeni espressi in unità differenti, le due scale devono apparire ai due lati del diagramma.

Numero
dei morti

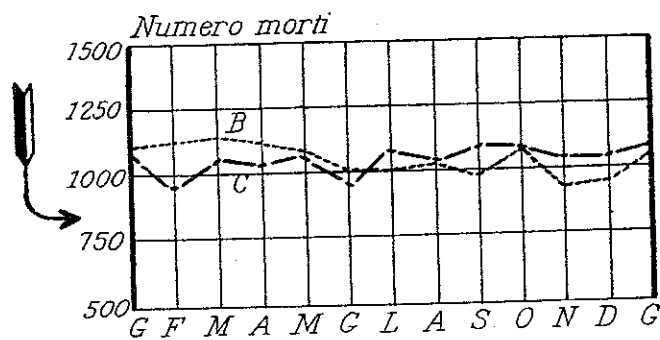
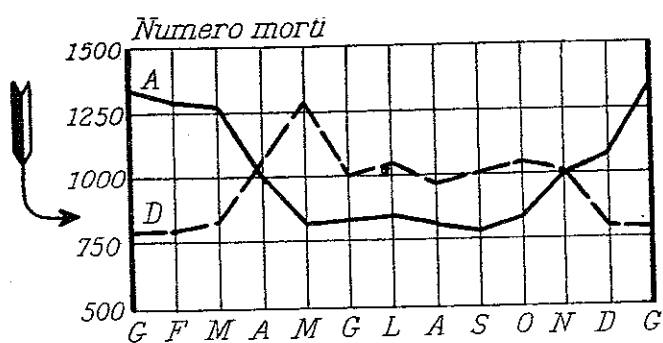
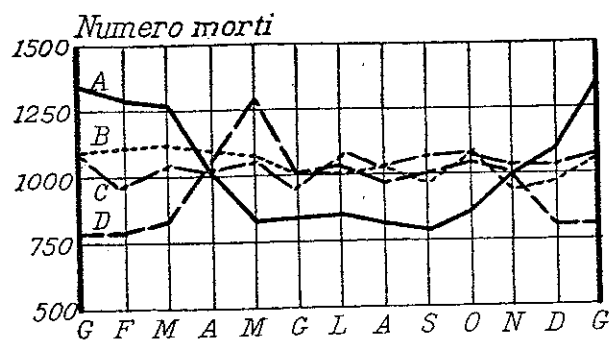


15. — Quando nello stesso grafico appaiono due o più curve, conviene:
1° scegliere una rappresentazione diversa per ogni curva (linea continua, linea a tratti, linea doppia, ecc.) e
2° indicare accanto ad ogni curva il fenomeno a cui essa si riferisce.



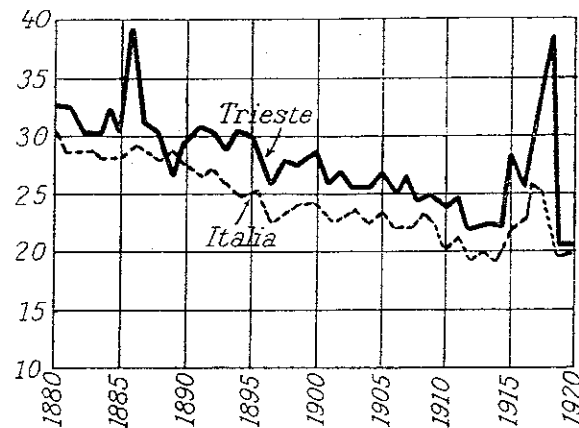
Probabilità di morte (1900 q_x) a ciascuna età (Italia - Maschi).
(Istituto Centrale di Statistica).

16. — Si deve evitare che le curve risultino aggrovigliate e confuse insieme. A questo scopo si può ingrandire la scala o ricorrere alla scala logaritmica



A) Malattie organiche del cuore — B) Tubercolosi polmonare
C) Carcinomi — D) Suicidi.

17. — Per rendere più chiara la rappresentazione conviene talora fare un grafico per ogni curva o gruppo di curve.



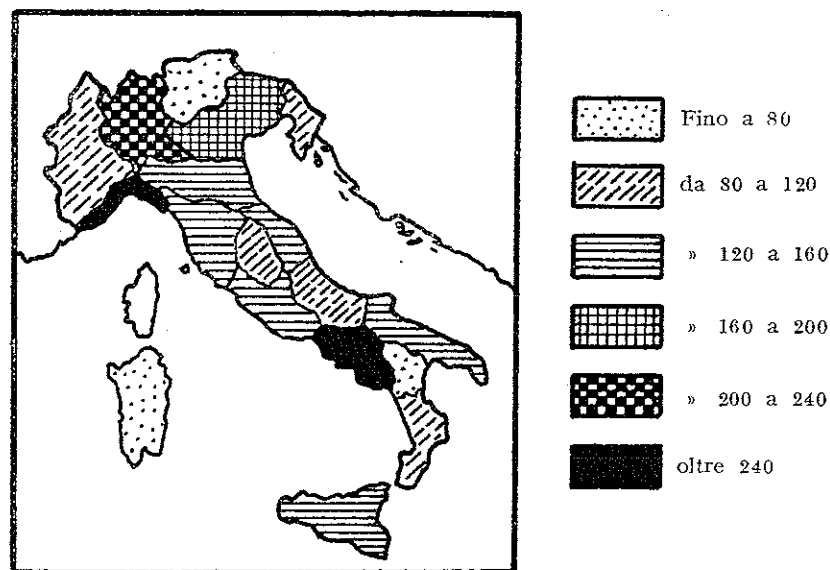
MORTI PER 1000 ABITANTI

(Fonte: P. LUZZATTO FEGIZ, *La popolazione di Trieste*, Trieste 1929).

La cuspide del 1886 fu determinata da un'epidemia di col'ra,
quella del 1918 dall'epidemia di grippe.

18. — Il titolo deve essere chiaro e seguito, se necessario, da spiegazioni.

19. — Il grafico deve essere di formato tale da riuscire chiaro, ma non tanto grande da diventare ingombrante. Grafici destinati alla riproduzione in *clichés* devono essere disegnati in una scala leggermente superiore a quella definitiva.



Densità della popolazione (Abitanti per km²).

20. — Si ricorrerà ai grafici a più colori solo quando ciò sia assolutamente necessario per ottenere una rappresentazione efficace. In tutti gli altri casi è meglio ricorrere al bianco e nero, che permette una più facile riproduzione.



Produzione del vino: 1932.
Un punto rappresenta 100 000 ettolitri.

21. — Nei cartogrammi che rappresentano l'intensità di un fenomeno in vari territori, l'intensità della colorazione o del tratteggio deve essere possibilmente proporzionata all'intensità del fenomeno.
22. — Nel testo dei lavori destinati alla stampa si evitino i richiami al « grafico seguente » e si citi invece il numero del grafico. Ciò permette di collocare il grafico in qualunque punto del testo, secondo le esigenze dell'impaginazione.

